

## Pertemuan 13

# GRAPH

# GRAPH

Suatu Graph mengandung 2 himpunan, yaitu :

1. Himpunan  $V$  yang elemennya disebut simpul (Vertex atau Point atau Node atau Titik)
2. Himpunan  $E$  yang merupakan pasangan tak urut dari simpul. Anggotanya disebut Ruas (Edge atau rusuk atau sisi)

Graph seperti dimaksud diatas, ditulis sebagai  $G(E,V)$ .

Banyaknya simpul (vertex) disebut **Order**, sedangkan banyaknya ruas (edge) disebut **Size** dari Graph.

Contoh :

Gambar berikut menayangkan Graph  $G(E,V)$  dengan :

1.  $V$  mengandung 4 simpul, yaitu simpul  $A,B,C,D$ .
2.  $E$  mengandung 5 ruas, yaitu :

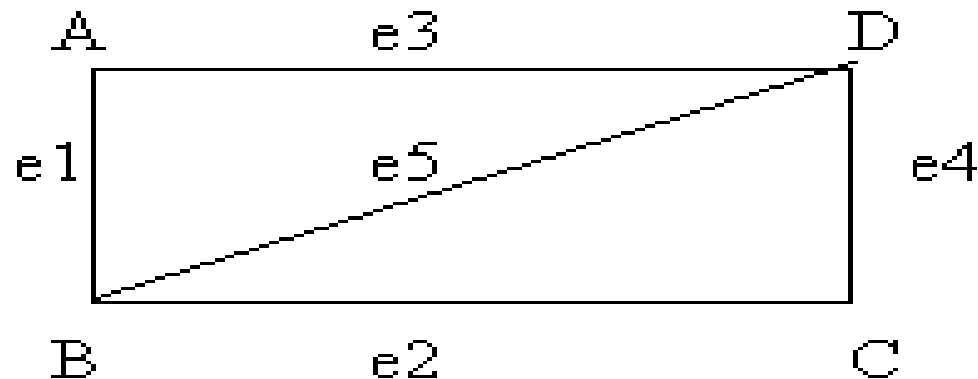
$$e1 = (A,B)$$

$$e4 = (C,D)$$

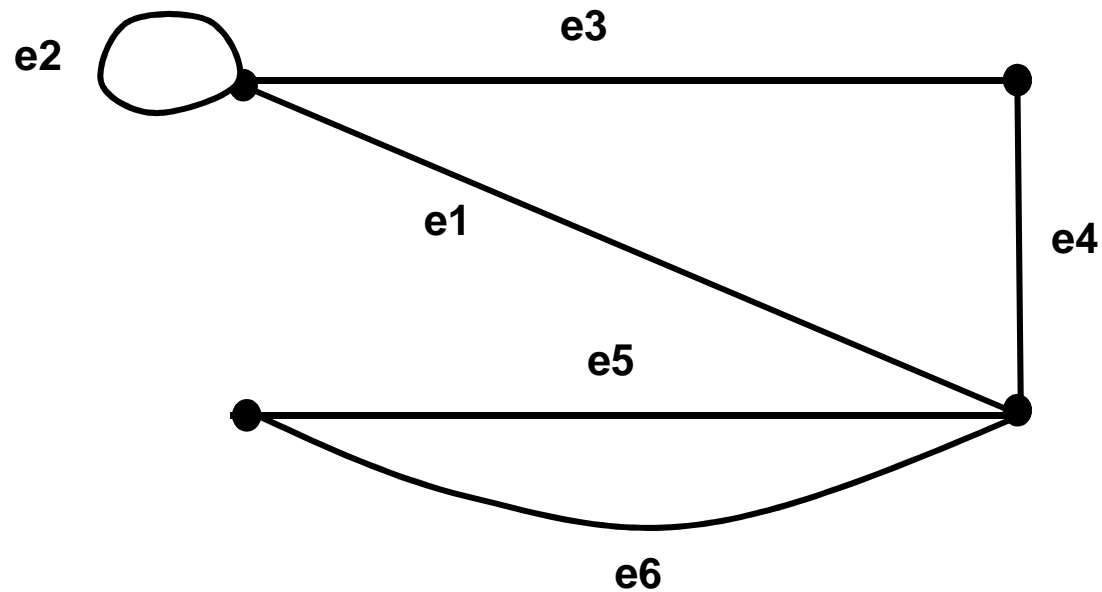
$$e2 = (B,C)$$

$$e5 = (B,D)$$

$$e3 = (A,D)$$



Gambar dibawah ini menyatakan suatu **Multigraph**.  
Disini, ruas e2 pada kedua titik ujungnya adalah simpul yang sama, yaitu simpul A. Ruas semacam ini disebut **Gelung atau Self-Loop**. Sedangkan ruas e5 dan e6 mempunyai titik ujung yang sama, yaitu simpul-simpul B dan C. Kedua ruas ini disebut ruas **berganda** atau ruas **sejajar**.

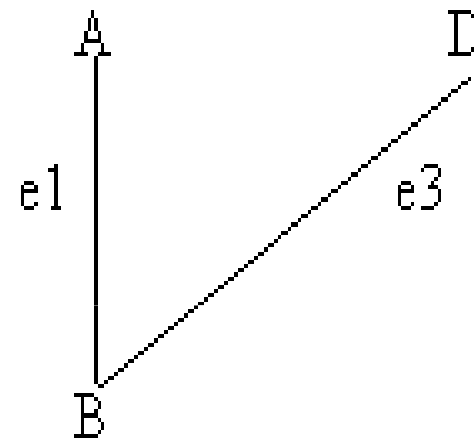
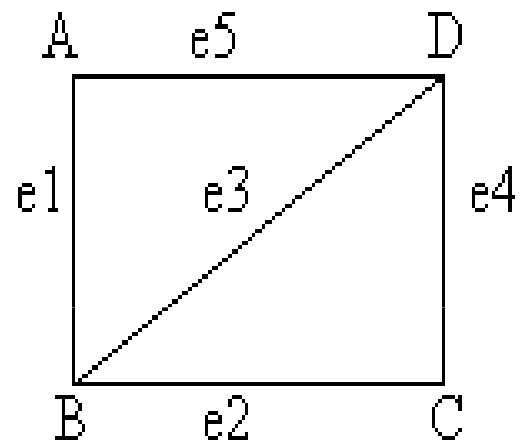


Suatu Graph yang tidak mengandung ruas sejajar maupun self-loop, sering disebut juga sebagai **Graph sederhana** atau **simple Graph**.

Suatu Graph  $G'(E',V')$  disebut Sub Graph dari  $G(E,V)$ , bila  $E'$  himpunan bagian dari  $E$  dan  $V'$  himpunan bagian dari  $V$ .

Jika  $E'$  mengandung semua ruas dari  $E$  yang titik ujungnya di  $V'$ , maka  $G'$  disebut Subgraph yang direntang oleh  $V'$  (Spanning Subgraph).

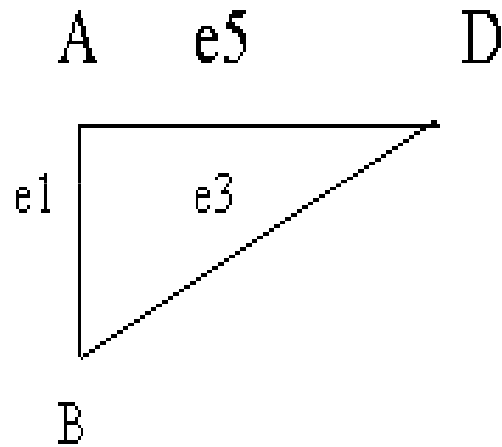
## Contoh Sub Graph:



$G'$  Subgraph dari  $G$  (namun bukan dibentuk oleh  $V'=\{A,B,D\}$ ).

Contoh Spanning Sub Graph :

$G'$  Subgraph yang dibentuk oleh  $V' = \{A, B, D\}$



# GRAPH BERLABEL

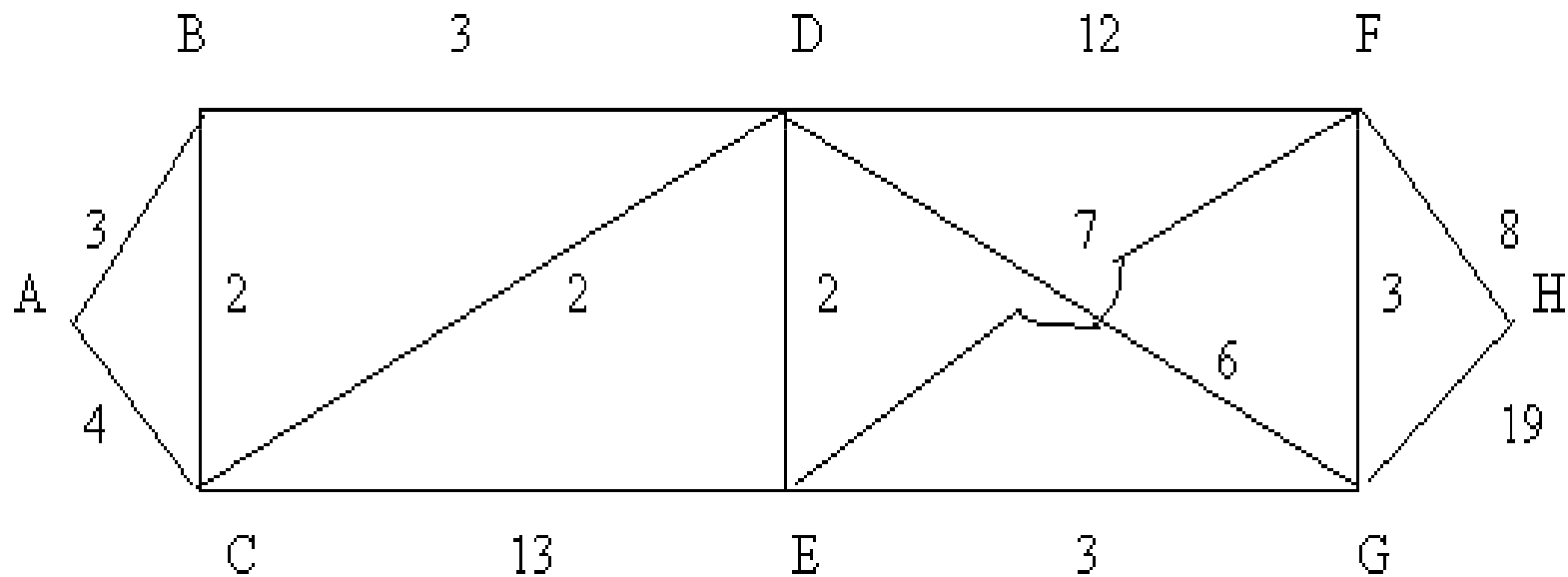
Graph  $G$  disebut berlabel jika ruas dan atau simpulnya dikaitkan dengan suatu besaran tertentu. Khususnya jika setiap Ruas  $e$  dari  $G$  dikaitkan dengan suatu bilangan non negatif  $d(e)$ , maka  $d(e)$  disebut bobot atau panjang dari ruas  $e$ .



Contoh :

Gambar berikut ini menyajikan hubungan antar kota.

Disini simpul menyatakan kota dan label  $d(e)$  menyatakan jarak antara dua kota.

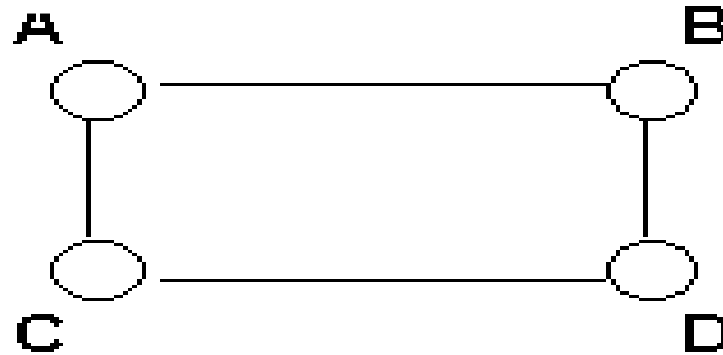


## DERAJAT GRAPH

Derajat simpul  $V$ , ditulis  $d(v)$  adalah banyaknya ruas yang menghubungkan  $v$ . Karena setiap ruas dihitung dua kali ketika menentukan derajat suatu Graph, maka :

***Jumlah derajat semua simpul suatu Graph (derajat) = dua kali banyaknya ruas Graph (Size) Atau dapat dituliskan :***

$$\text{Derajat Graph} = 2 \times \text{Size}$$



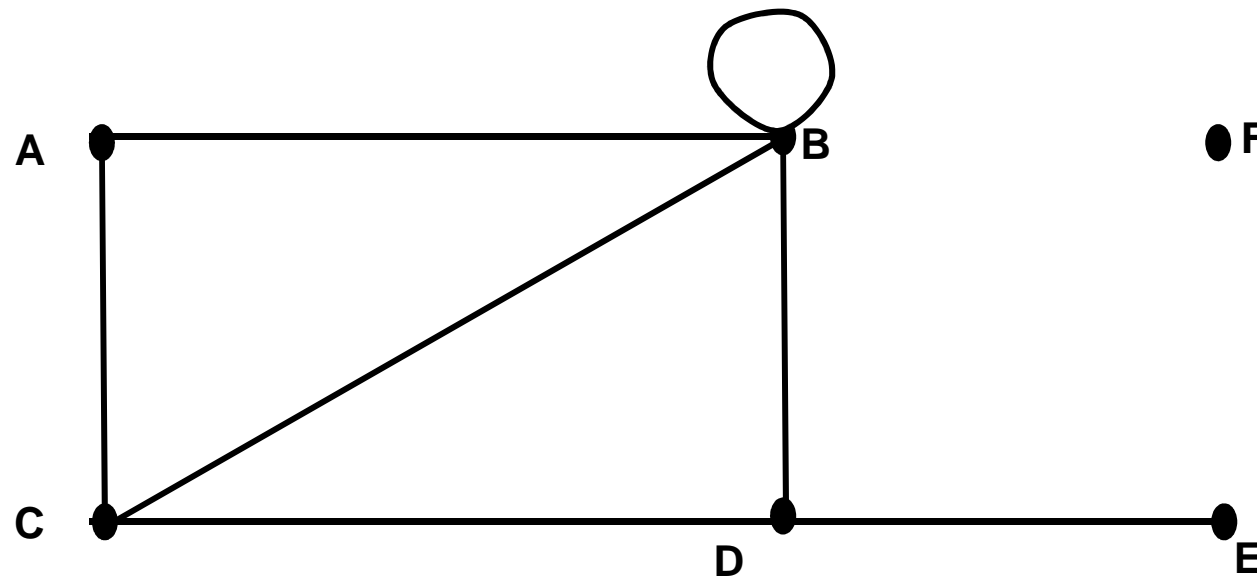
Pada gambar diatas Jumlah Semua Simpul = 4, maka  
Jumlah Derajat Semua Simpul = 8

Jika Derajat masing-masing simpul pada Graph berjumlah  
Genap maka Graph tersebut disebut **EULER Graph**

Suatu simpul disebut genap/ganjil tergantung apakah derajat simpul tersebut genap/ganjil.

Kalau terdapat self-loop, maka self-loop dihitung 2 kali pada derajat simpul.

**Contoh :**



Pada gambar diatas, banyak ruas/size = 7, sedangkan derajat masing-masing simpul adalah :

$$d(A) = 2$$

$$d(B) = 5$$

$$d(C) = 3$$

$$d(D) = 3$$

$$d(E) = 1$$

$$d(F) = 0$$

maka, total jumlah derajat simpul adalah : 14

E disebut simpul bergantung/akhir, yaitu simpul yang berderajat satu. Sedangkan F disebut simpul terpencil, yaitu simpul yang berderajat Nol.

# KETERHUBUNGAN

Walk atau perjalanan dalam Graph G adalah barisan simpul dan ruas berganti-ganti :  $V_1, e_1, V_2, e_2, \dots, e_{n-1}, V_n$

Disini ruas  $e_i$  menghubungkan simpul  $V_i$  dan  $V_{i+1}$ .

Banyaknya ruas disebut Panjang Walk. Walk dapat ditulis lebih singkat dengan hanya menulis deretan ruas :

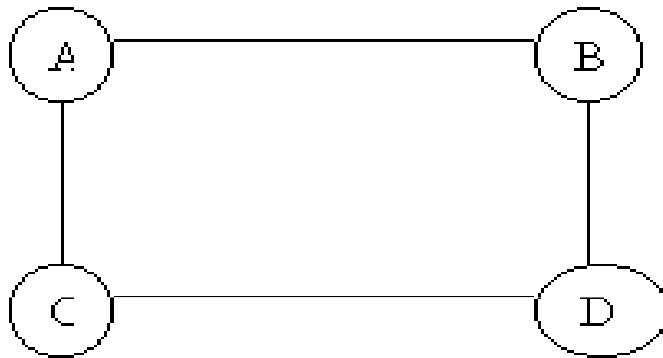
$e_1, e_2, \dots, e_{n-1}$  atau deretan simpul :  $V_1, V_2, \dots, V_{n-1}, V_n$

dimana :  $V_1 =$  simpul awal

$V_n =$  simpul akhir.

Walk disebut tertutup bila  $V_1 = V_n$

1. **walk** disebut terbuka, yang menghubungkan  $V_1$  dan  $V_n$ , yaitu Setiap Ruas menghubungkan Simpul Awal dan Akhir



2. **Trail** adalah Walk dengan semua ruas dalam barisan adalah berbeda.
3. **Path** atau Jalur adalah Walk yang semua simpul dalam barisan adalah berbeda. Jadi suatu Path pastilah sebuah Trail.



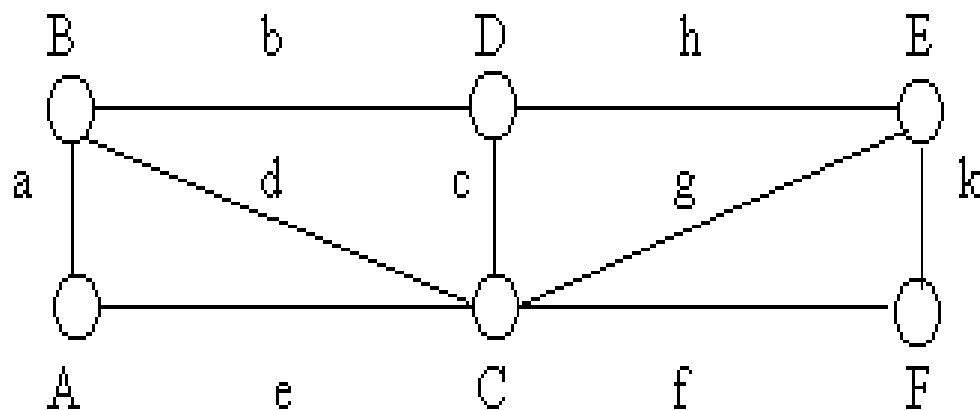
Graph diatas Bukan Walk tertutup tetapi merupakan Walk Terbuka, karena tidak ada ruas yang menghubungkan Simpul U dan T.

Merupakan suatu Path atau Trail terbuka dengan derajat setiap simpulnya = 2, kecuali simpul awal  $V_1$  dan akhir  $V_n$  berderajat = 1.



1. Cycle atau sirkuit adalah suatu Trail tertutup dengan derajat setiap simpul = 2. Cycle dengan panjang k disebut dengan k-cycle. Demikian pula Jalur dengan panjang k disebut k-jalur.

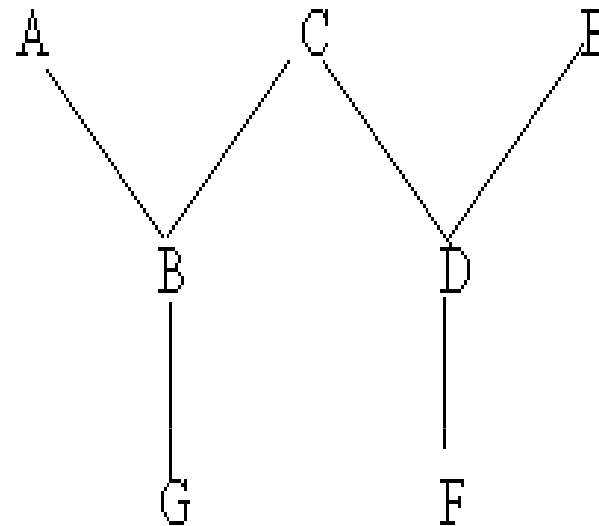
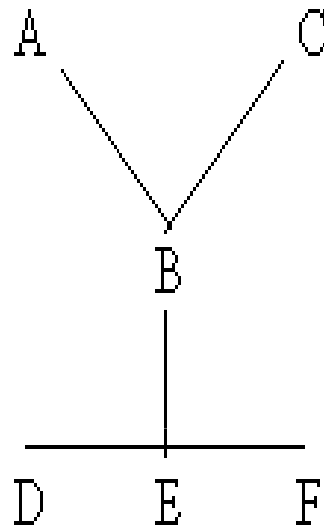
Contoh :



- Barisan ruas a,b,c,d,b,f,g,h adalah Walk bukan Trail (karena ruas b dua kali muncul).
- Barisan simpul A, B, E, F bukan Walk (karena tdk ada ruas yang menghubungkan simpul B ke F).
- Barisan simpul A, B, C, D, E, C, F adalah Trail bukan Jalur/Path (karena c dua kali muncul)
- Barisan ruas a, d, g, k adalah Jalur/Path karena menghubungkan A dengan F
- Ruas a, b, h, g, e, a, adalah Cycle.

Graph yang tidak mengandung Cycle disebut Acyclic.  
 Contoh dari Graph Acyclic adalah pohon atau Tree.

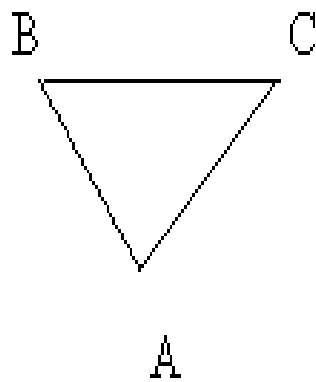
## Contoh dari acyclic



Suatu Graph  $G$  disebut terhubung jika untuk setiap 2 simpul dari Graph terdapat jalur yang menghubungkan 2 simpul tersebut.

Subgraph yang terhubung pada suatu Graph disebut komponen dari G bila Subgraph tersebut tidak terkandung dalam Subgraph terhubung lain yang lebih besar.

Contoh :



Terlihat misalnya antara D dan A  
Tak ada jalur.