

Pertemuan 14

# **MATRIKS PENYAJIAN GRAPH**

## MATRIKS PENYAJIAN GRAPH

Misalnya disajikan Graph G dalam Matriks ruas B ukuran  $(M \times 2)$ , maka setiap baris Matriks menyatakan ruas, misalnya baris (4 7) menyatakan ada ruas menghubungkan simpul 4 dan 7.

***Matriks Adjacency*** dari Graph G, yaitu Matriks yang menghubungkan Vertex dengan Vertex, tanpa ruas sejajar adalah Matriks A berukuran  $(N \times N)$  yang bersifat :

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{bila ada ruas } (V_i, V_j) \\ 0, & \text{bila dalam hal lain.} \end{cases}$$

**Matriks Adjacency** merupakan matriks simetri.

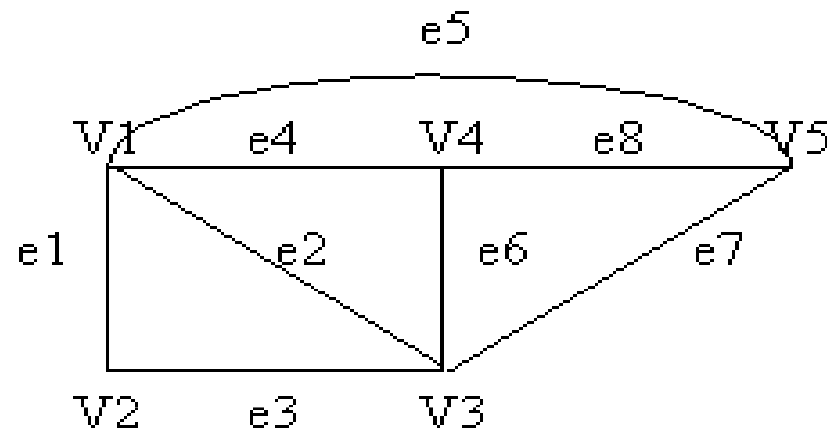
Untuk Graph dengan ruas sejajar, Matriks Adjacency didefinisikan sebagai berikut :

$$a_{ij} = \begin{cases} P, & \text{bila ada } p \text{ buah ruas menghubungkan} \\ & (V_i, V_j)(p > 0) \\ 0, & \text{bila dalam hal lain.} \end{cases}$$

**Matriks Incidence** dari Graph G, yaitu Matriks yang menghubungkan Vertex dengan Edge, tanpa self-loop didefinisikan sebagai Matriks M berukuran (NXM) sebagai berikut :

$$m_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{bila ada ruas } e_j \text{ berujung di simpul } V_i \\ 0, & \text{dalam hal lain.} \end{cases}$$

Contoh :



Matriks Ruas

1	2
1	3
1	4
1	5
2	3
3	4
3	5
4	5

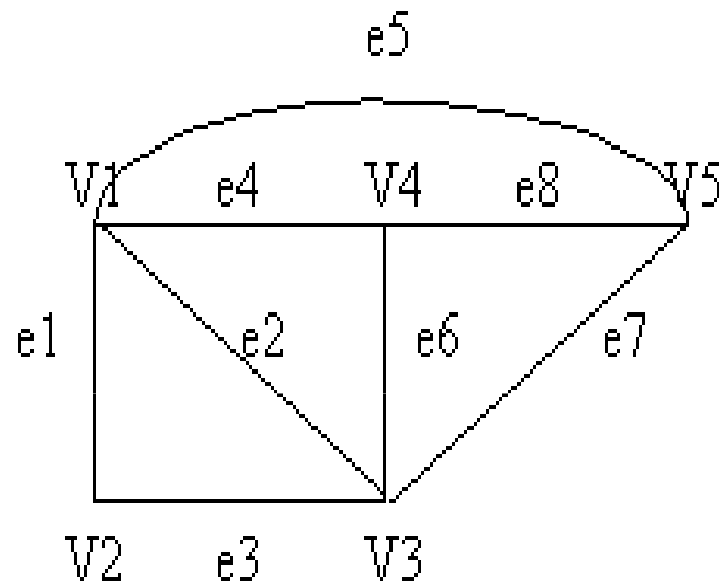
atau 

1	1	1	1	2	3	3	4
2	3	4	5	3	4	5	5

atau secara pasangan

$\{(1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (3,4), (3,5), (4,5)\}$

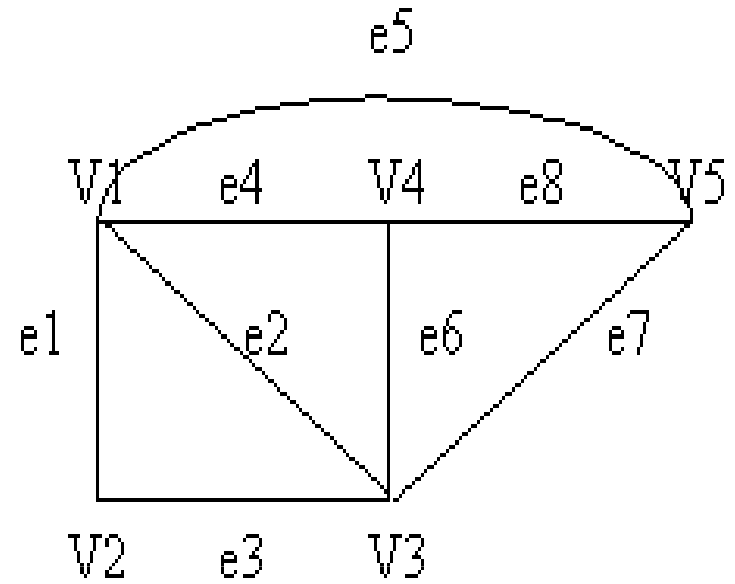
Contoh :



### Matriks Adjacency

	V1	V2	V3	V4	V5
V1	0	1	1	1	1
V2	1	0	1	0	0
V3	1	1	0	1	1
V4	1	0	1	0	1
V5	1	0	1	1	0

Contoh :



## Matriks Incidence

	e1	e2	e3	e4	e5	e6	e7	e8
V1	1	1	0	1	1	0	0	0
V2	1	0	1	0	0	0	0	0
V3	0	1	1	0	0	1	1	0
V4	0	0	0	1	0	1	0	1
V5	0	0	0	0	0	1	0	1

## GRAPH TERARAH (DIRECTED GRAPH / DIGRAPH)

Graph terarah adalah Graph yang dapat menghubungkan  $V_1$  ke  $V_2$  saja (1 arah).

Maksimum jumlah busur dari  $n$  simpul adalah :  $n ( n - 1 )$

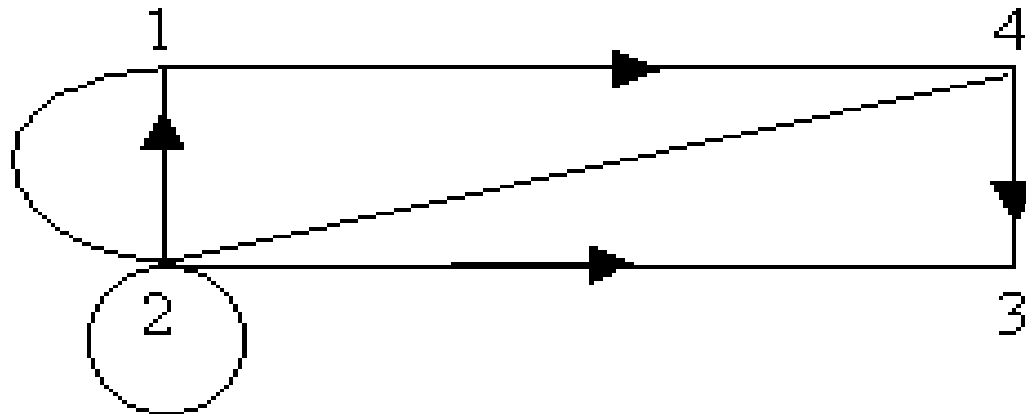
Suatu Graph Berarah (Directed Graph)  $D$  terdiri atas 2 himpunan :

- 1) Himpunan  $V$ , anggotanya disebut simpul.
- 2) Himpunan  $A$ , merupakan himpunan pasangan terurut, yang disebut ruas berarah atau arkus.

Contoh, Gambar dibawah ini adalah sebuah Graph Berarah  $D(V,A)$  dengan :

1.  $V$  mengandung 4 simpul, yaitu 1, 2, 3 dan 4
2.  $A$  mengandung 7 arkus, yaitu  $(1,4)$ ,  $(2,1)$ ,  $(2,1)$ ,  $(4,2)$ ,  $(2,3)$ ,  $(4,3)$  dan  $(2)$

Arkus  $(2,2)$  disebut gelung (self-loop), sedangkan arkus  $(2,1)$  muncul lebih dari satu kali, disebut arkus sejajar atau arkus berganda.





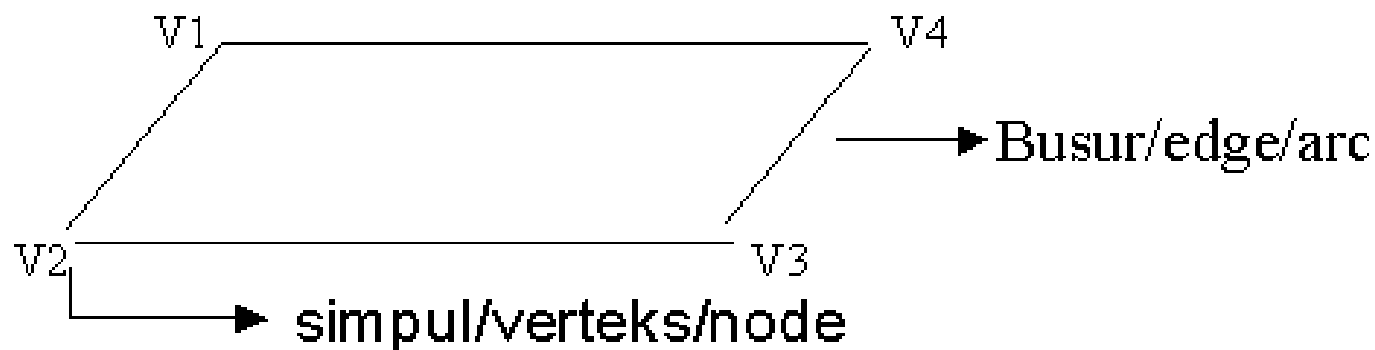
Bila arkus suatu Graph Berarah menyatakan suatu bobot, maka Graph Berarah tersebut dinamakan jaringan / Network. Biasanya digunakan untuk menggambarkan situasi dinamis.

*Bila  $V'$  himpunan bagian dari  $V$  serta  $A'$  himpunan bagian dari  $A$ , dengan titik ujung anggota  $A'$  terletak di dalam  $V'$ , maka dikatakan bahwa  $D'(V',A')$  adalah Graph bagian (Subgraph) dari  $D(V,A)$ .*

*Bila  $A'$  mengandung semua arkus anggota  $A$  yang titik ujungnya anggota  $V'$ , maka dikatakan bahwa  $D'(V',A')$  adalah Graph Bagian yang dibentuk atau direntang oleh  $V'$ .*

## Graph Tak Terarah (UNDIRECTED GRAPH)

Graph Tak Terarah adalah Graph yang menghubungkan 2 verteks  $V1$  ke  $V2$  dan  $V2$  ke  $V1$  (2 arah). Bila Verteks =  $n$ , maka Graph tak terarah komplit akan mempunyai busur edge sama dengan :  $\boxed{n(n-1)/2}$



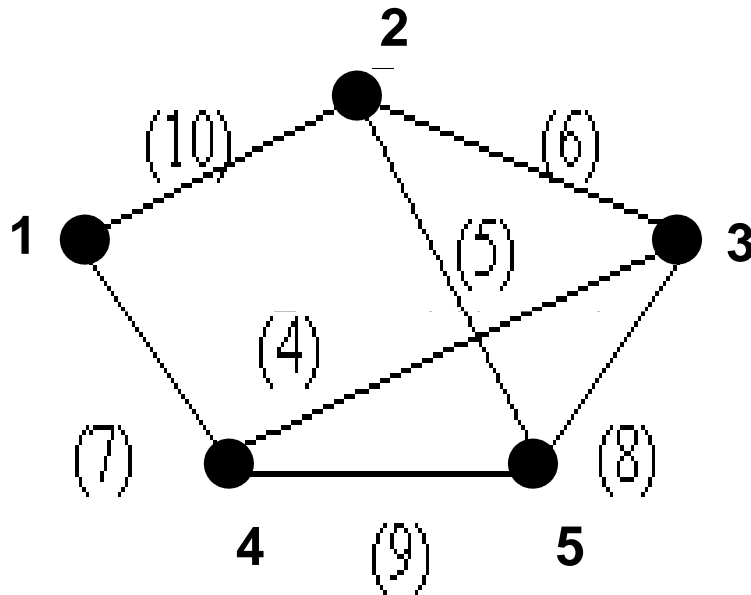
Yang dapat dilakukan adalah :

$$V1 - V2 = V2 - V1$$
$$V1 - V4 = V4 - V1$$

dan seterusnya.

# CRITICAL PATH

Menggunakan Graph berbobot dan Mempunyai Arah



Simpul asal : 1

Simpul Tujuan : 5

	PATH	BOBOT
Alternatif :	1-->4 -->5	16
	1-->2-->5	15
	1-->2-->3-->5	24
	1-->4-->3-->5	19
	1-->2-->3-->4-->5	29
	1-->4-->3-->2-->5	22

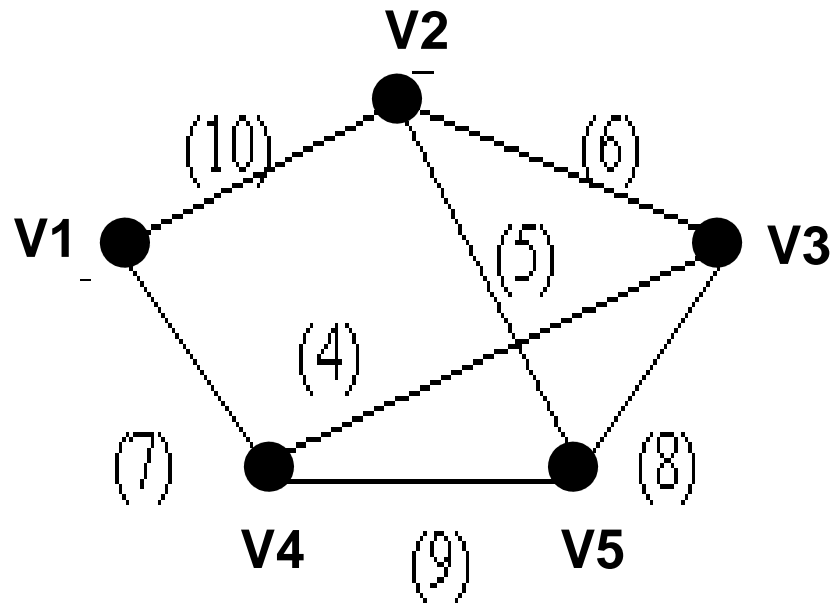
Diperoleh : Critical Path ( Lintasan Kritis ) = 29

Shortest Path ( Lintasan Terpendek ) = 15

## MINIMUM SPANNING TREE

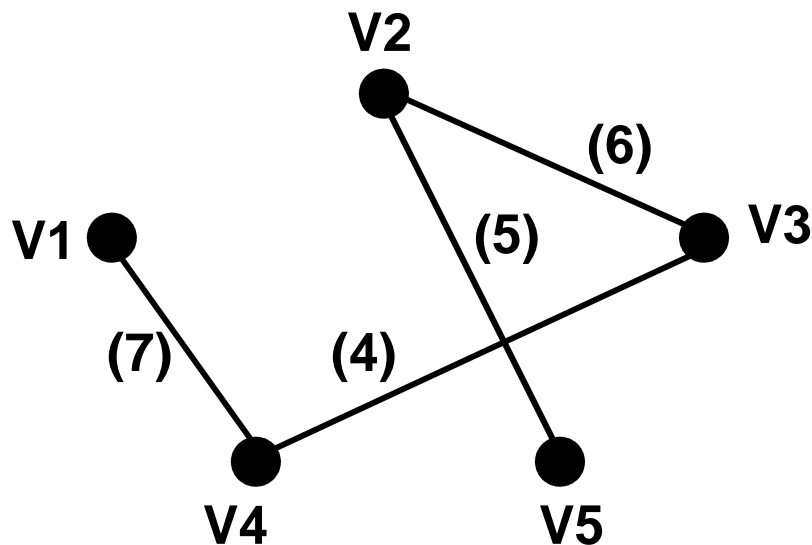
Merupakan Spanning Tree yang mempunyai Bobot dan tidak mempunyai arah dengan hasil penjumlahan bobotnya adalah minimum.

Lihat gambar Graph G berikut :



Langkah yang dilakukan untuk membentuk minimum spanning tree adalah :

Bentuk kembali semua simpul tetapi tanpa ruas.  
Gambar dan telusuri ruas dengan bobot paling kecil, seterusnya (secara ascending) hingga semua simpul terhubung



Total Minimum  
Spanning Tree = 22

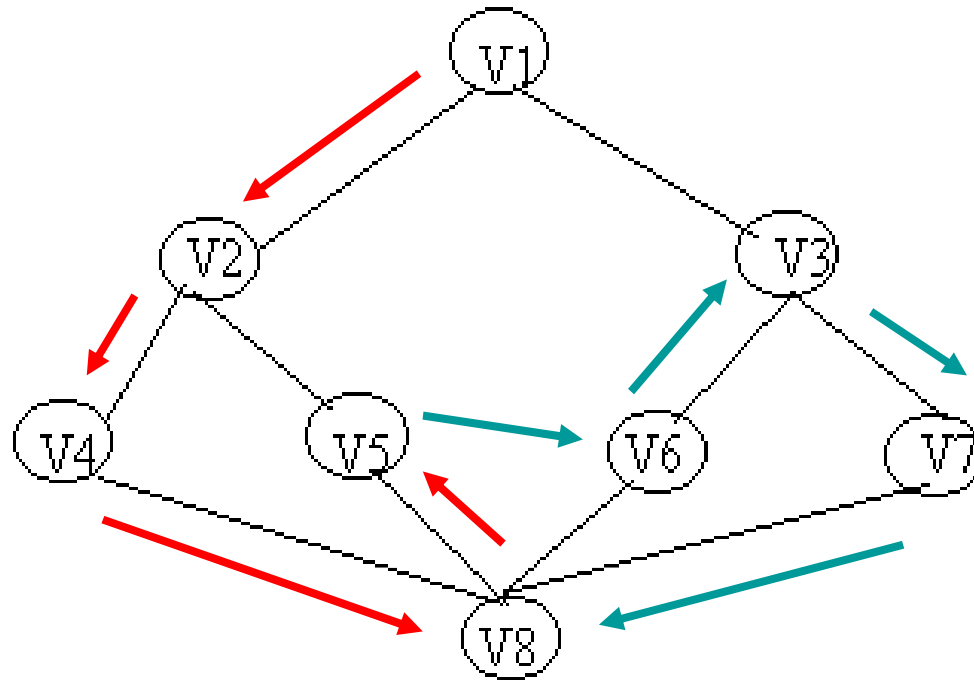
## **PENELUSURAN GRAPH**

Dapat dilakukan dengan 2 cara , yaitu :

1. Depth First Search (DFS)
2. Breadth First Search (BFS)

### **1. Depth First Search (DFS)**

Penelusuran dengan DFS pada Graph Tak Berarah dengan melakukan pengecekan pada Node dengan kedalaman pertama dari Node yang ditinjau.

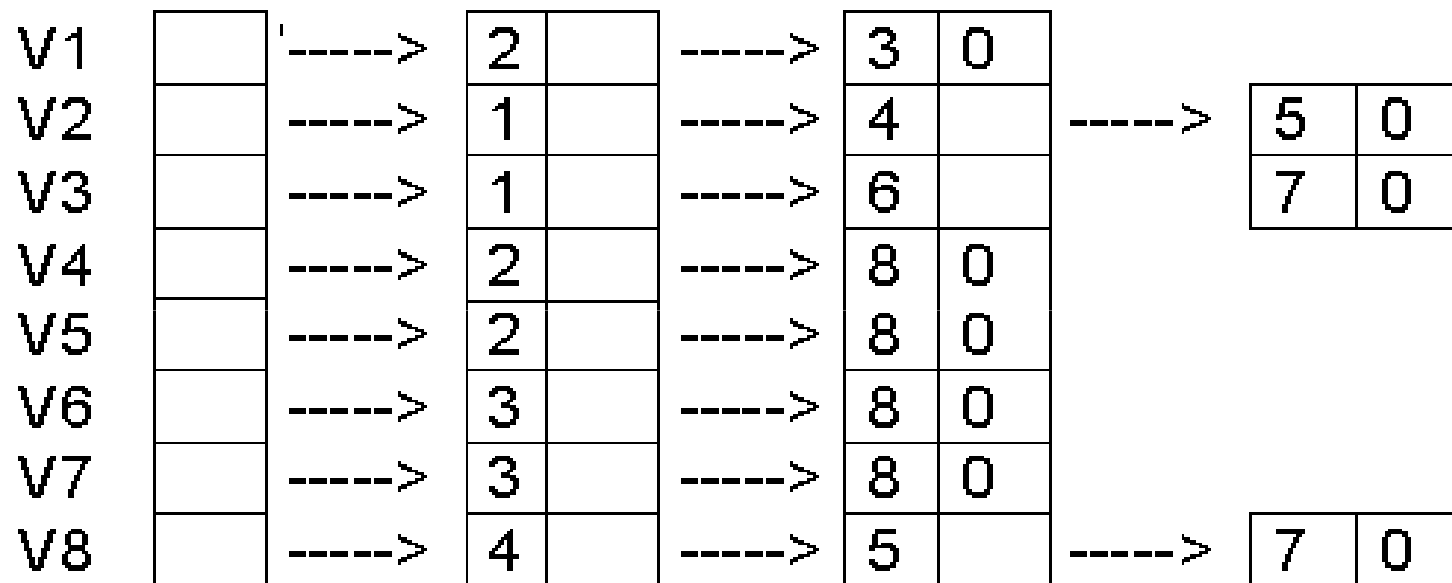


Karena V8 sudah dilewati setelah penelusuran ke V4, maka penelusuran yang berikutnya dianggap tidak dilewati lagi

Klik Animasi



## VERTEKS

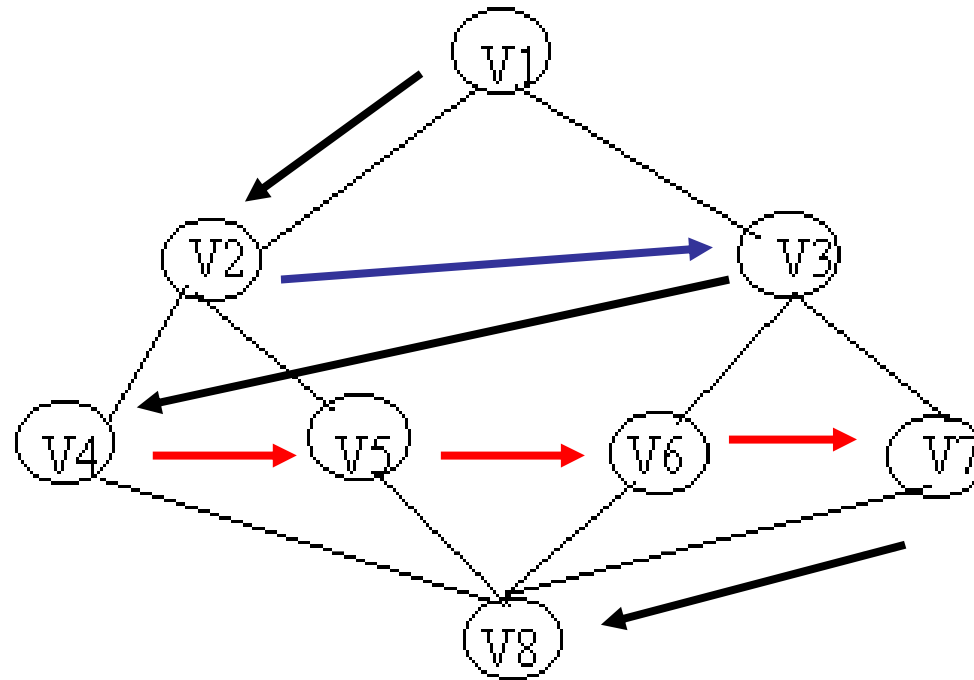


Dari gambar di atas akan diperoleh urutan :

V1 ----> V2 ----> V4 ----> V8 ----> V5, V6 ----> V3 ----> V7

## **2. Breadth First Search (BFS).**

Berbeda dengan cara DFS, dengan BFS penelusuran akan diawasi dari Node-1, kemudian melebar pada Adjacent Node dari Node-1 dan diteruskan pada Node-2, Node- 3 dan seterusnya.



Dari gambar di atas akan diperoleh urutan :  
**V1** , **V2** ---> **V3** , **V4** ---> **V5** ---> **V6** ---> **V7** , **V8**

Klik Animasi