

Pertemuan 9

STRUKTUR POHON (TREE)

ISTILAH-ISTILAH DASAR

Pohon atau Tree adalah salah satu bentuk Graph terhubung yang tidak mengandung sirkuit.

Karena merupakan Graph terhubung, maka pada Pohon (Tree) selalu terdapat Path atau Jalur yang menghubungkan setiap simpul dalam dua pohon.

Pohon (Tree) dapat juga didefinisikan sebagai kumpulan elemen yang salah satu elemennya disebut dengan Akar (Root) dan sisa elemen lain (Simpul) yang terpecah menjadi sejumlah himpunan yang saling tidak berhubungan yang disebut dengan Subpohon (Subtree) atau cabang

Sifat utama Pohon Berakar

1. Jika Pohon mempunyai Simpul sebanyak n , maka banyaknya ruas atau edge adalah $(n-1)$.
2. Mempunyai Simpul Khusus yang disebut Root, jika Simpul tersebut memiliki derajat keluar ≥ 0 , dan derajat masuk = 0.
3. Mempunyai Simpul yang disebut sebagai Daun / Leaf, jika Simpul tersebut berderajat keluar = 0, dan berderajat masuk = 1.
4. Setiap Simpul mempunyai Tingkatan / Level yang dimulai dari Root yang Levelnya = 1 sampai dengan Level ke - n pada daun paling bawah. Simpul yang mempunyai Level sama disebut Bersaudara atau Brother atau Stribling.

5. Pohon mempunyai Ketinggian atau Kedalaman atau Height, yang merupakan Level tertinggi
6. Pohon mempunyai Weight atau Berat atau Bobot, yang banyaknya daun (leaf) pada Pohon.
7. Banyaknya Simpul Maksimum sampai Level N adalah :

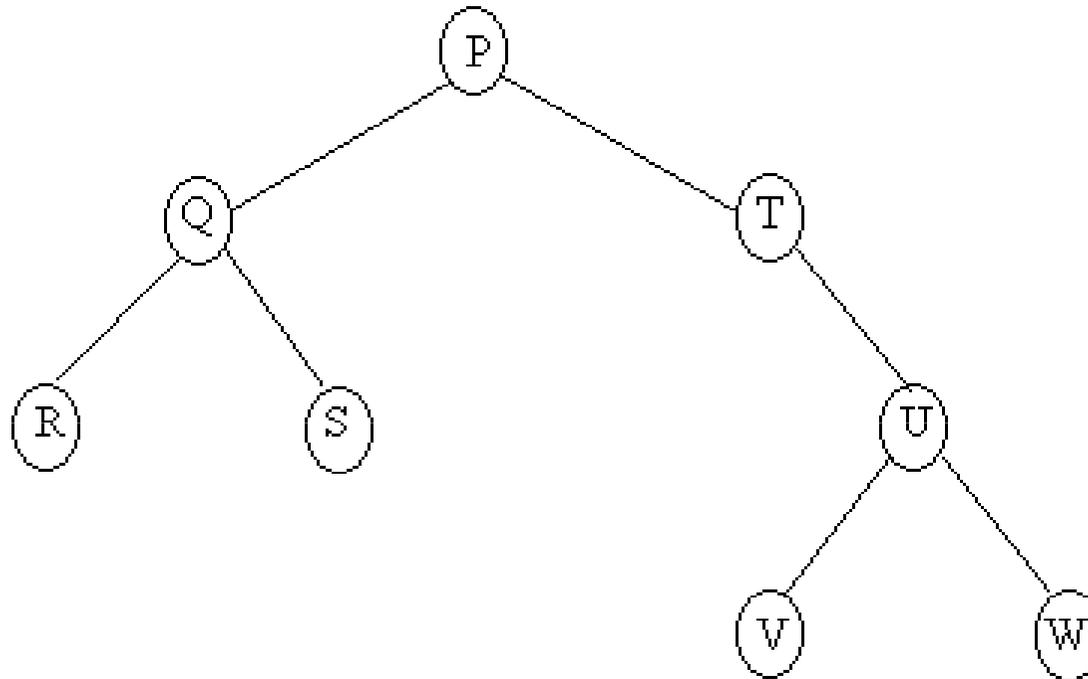
$$2^N - 1$$

8. Banyaknya Simpul untuk setiap Level I adalah :

$$\sum_{I=1}^N 2^{(I-1)}$$

Hutan (Forest) adalah kumpulan Pohon yang tidak saling berhubungan

Diketahui suatu bentuk Pohon Berakar T sebagai berikut :



Pohon Diatas Mempunyai :

- Simpul sebanyak = 8 dan edge = $n - 1 = 8 - 1 = 7$
- Root pada Pohon T diatas adalah Simpul P
- Mempunyai daun (Leaf) = 4, yaitu = R, S, V dan W

d. Level (tingkatan) Pohon = 4 yaitu :

Level 1 = Simpul P

Level 2 = Simpul Q dan T

Level 3 = Simpul R, S dan U

Level 4 = Simpul V dan W

e. Ketinggian atau kedalaman = jumlah level = 4

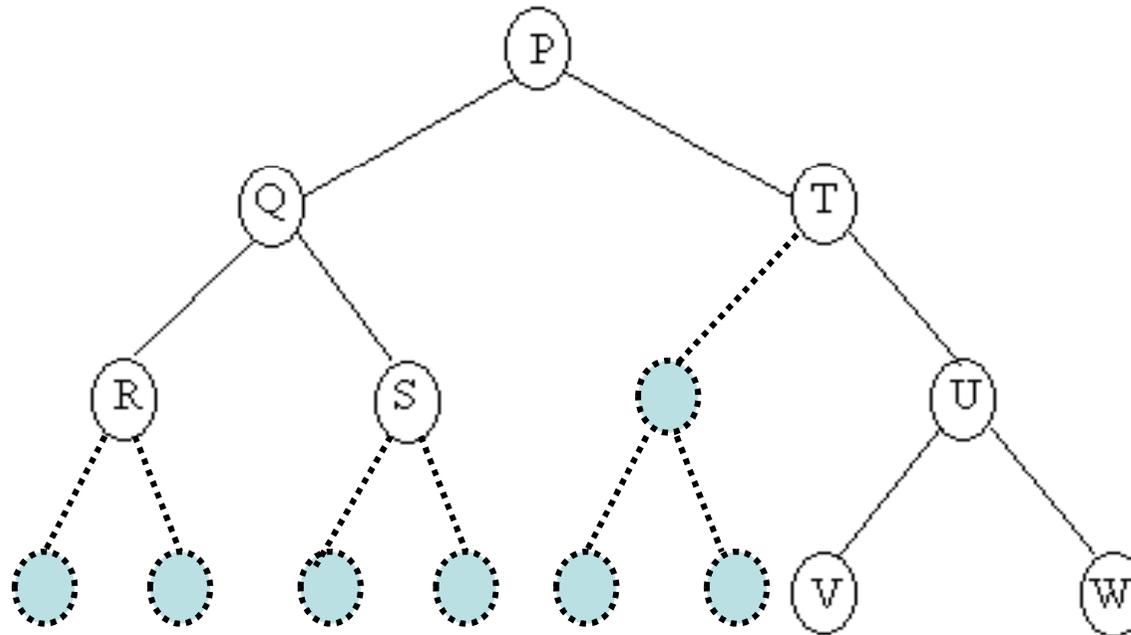
f. Weight atau berat atau bobot = jumlah daun = 4

Dalam gambar Pohon T diatas dapat dibentuk 2 buah hutan (forest), bila simpul P dihilangkan, yaitu :

Hutan 1 : Q,R,S

Hutan 2 : T,U,V,W

- g. Banyaknya Simpul Maksimum yang dapat terbentuk sampai Level 4 (bila simpul pada pohon dianggap penuh) adalah : $2^N - 1$
 $2^{(4)} - 1 = 16 - 1 = 15$

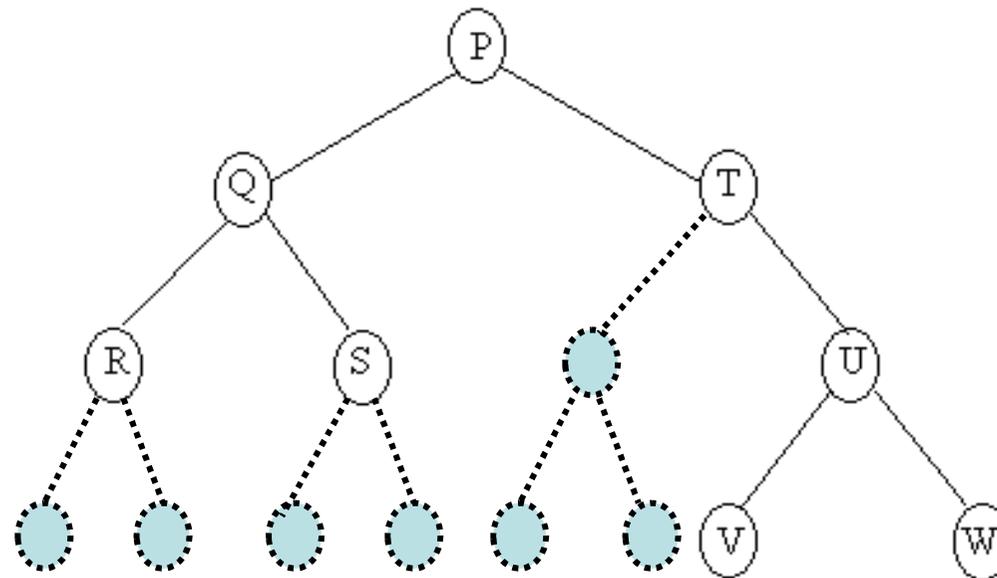


h. Banyaknya Simpul maksimum untuk setiap Level l (bila simpul pada pohon dianggap penuh) adalah :

$$\begin{aligned} \text{Maksimum Simpul pada level 2} &= 2^{(2-1)} \\ &= 2^{(2-1)} = 2 \end{aligned}$$

$$\text{Maksimum Simpul pada level 3} = 2^{(3-1)} = 4$$

$$\text{Maksimum Simpul pada level 4} = 2^{(4-1)} = 8$$



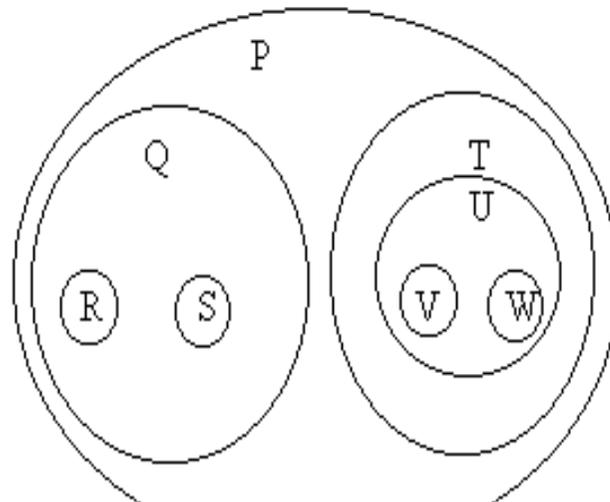
Ada beberapa cara untuk menggambarkan bentuk pohon.

1. Cara Pertama

Merupakan cara yang paling banyak digunakan dan paling mudah adalah dengan membuat gambar seperti pada gambar diatas.

2. Cara Kedua

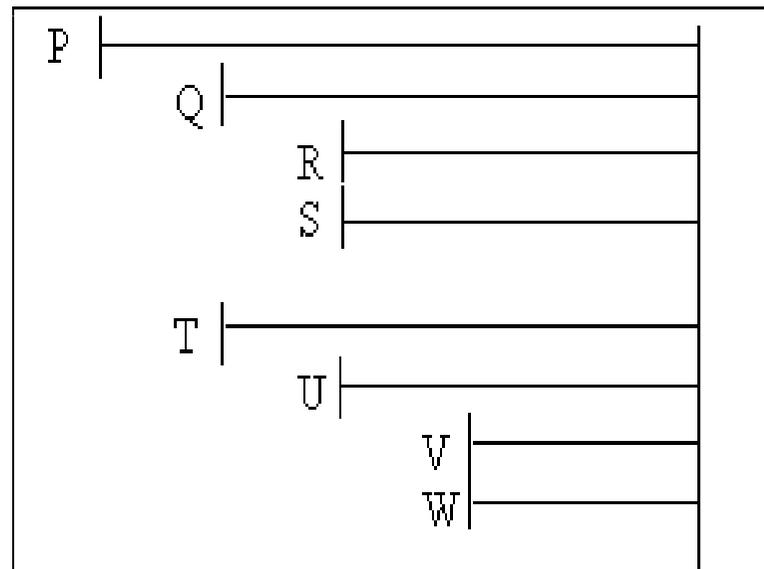
Dengan membuat Diagram Venn seperti dibawah ini



3. Cara Ketiga, Dengan menggunakan Notasi Kurung.
Berikut ini diberikan Notasi Kurung untuk Gambar pada diagram Venn diatas.

Hasil : $(P(Q(R,S)),T(U(V,W)))$

4. Cara Keempat adalah menggunakan notasi Tingkat dan Notasi Garis



POHON BINAR (BINARY TREE)

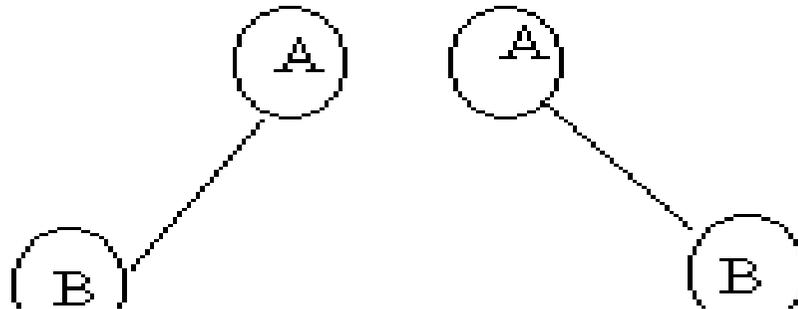
Struktur ini biasanya digunakan untuk menyajikan data yang mengandung hubungan hirarkial antara elemen-elemennya.

Bentuk Pohon Berakar yang lebih mudah dikelola dalam komputer adalah Pohon Biner (Binary Tree) yang lebih dikenal sebagai Pohon Umum (General Tree) yang dapat didefinisikan sebagai kumpulan simpul yang mungkin kosong atau mempunyai akar dan dua Subpohon yang saling terpisah yang disebut dengan Subpohon Kiri / cabang kiri (Left Subtree) dan Subpohon Kanan / cabang kanan (Right Subtree).

Karakteristik Pohon Binar (Binary Tree) :

1. Setiap Simpul paling banyak hanya memiliki dua buah anak
2. Derajat Tertinggi dari setiap Simpul adalah dua.
3. Dibedakan antara Cabang Kiri dan Cabang Kanan.
4. Dimungkinkan tidak mempunyai Simpul

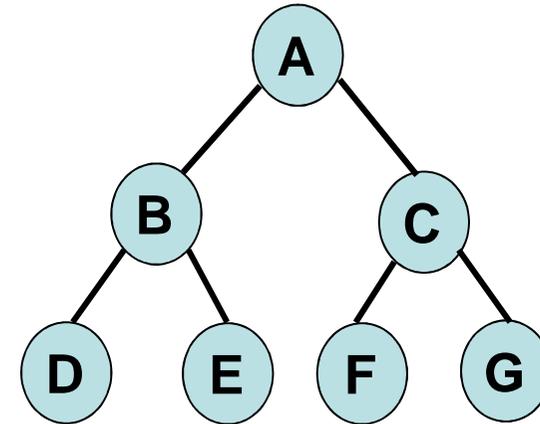
Berikut ini diberikan contoh gambar Pohon Binar (Binary Tree) dengan *Cabang Kiri* dan *Cabang Kanan*.



ISTILAH PADA POHON BINER

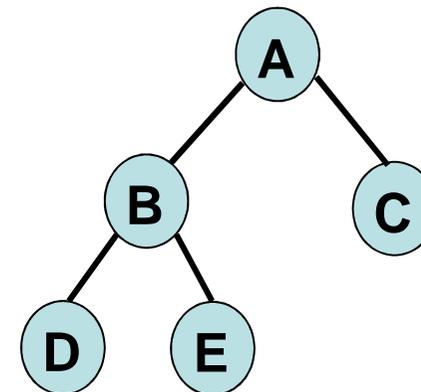
- **Pohon Biner Penuh (Full Binary Tree)**

Semua simpul (kecuali daun) memiliki 2 anak dan tiap cabang memiliki panjang ruas yang sama



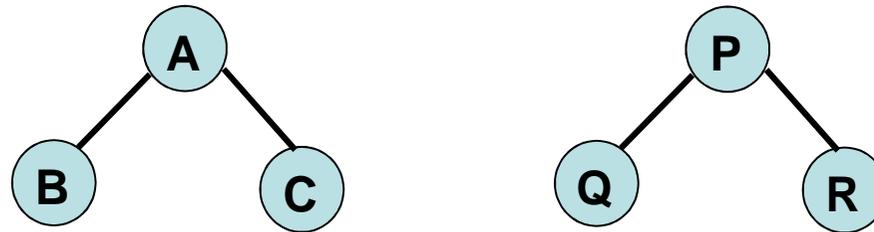
- **Pohon Biner Lengkap (Complete Binary Tree)**

Hampir sama dengan Pohon Biner Penuh, semua simpul (kecuali daun) memiliki 2 anak tetapi tiap cabang memiliki panjang ruas berbeda



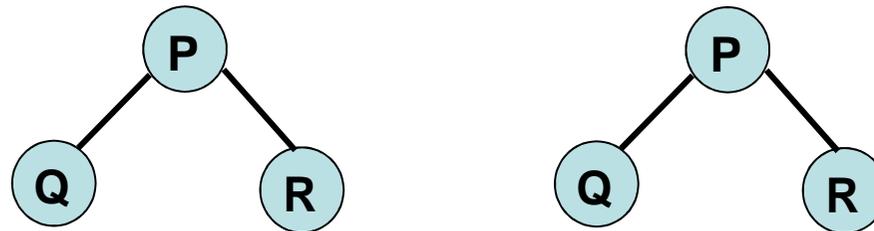
- **Pohon Biner Similer**

Dua pohon yang memiliki struktur yang sama tetapi informasinya berbeda



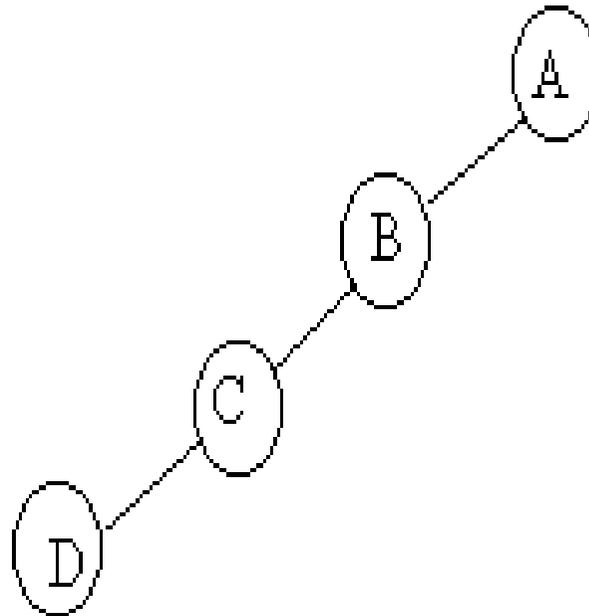
- **Pohon Biner Ekivalent**

Dua pohon yang memiliki struktur dan informasi yang sama



- **Pohon Biner Miring (Skewed Tree)**

Dua pohon yang semua simpulnya mempunyai satu anak / turunan kecuali daun



Deklarasi Pohon Biner (Dengan Program C++)

Dalam setiap simpul selalu berisi dua buah Pointer untuk menunjuk ke cabang Kiri dan cabang Kanan dan informasi yang akan disimpan dalam simpul tersebut.

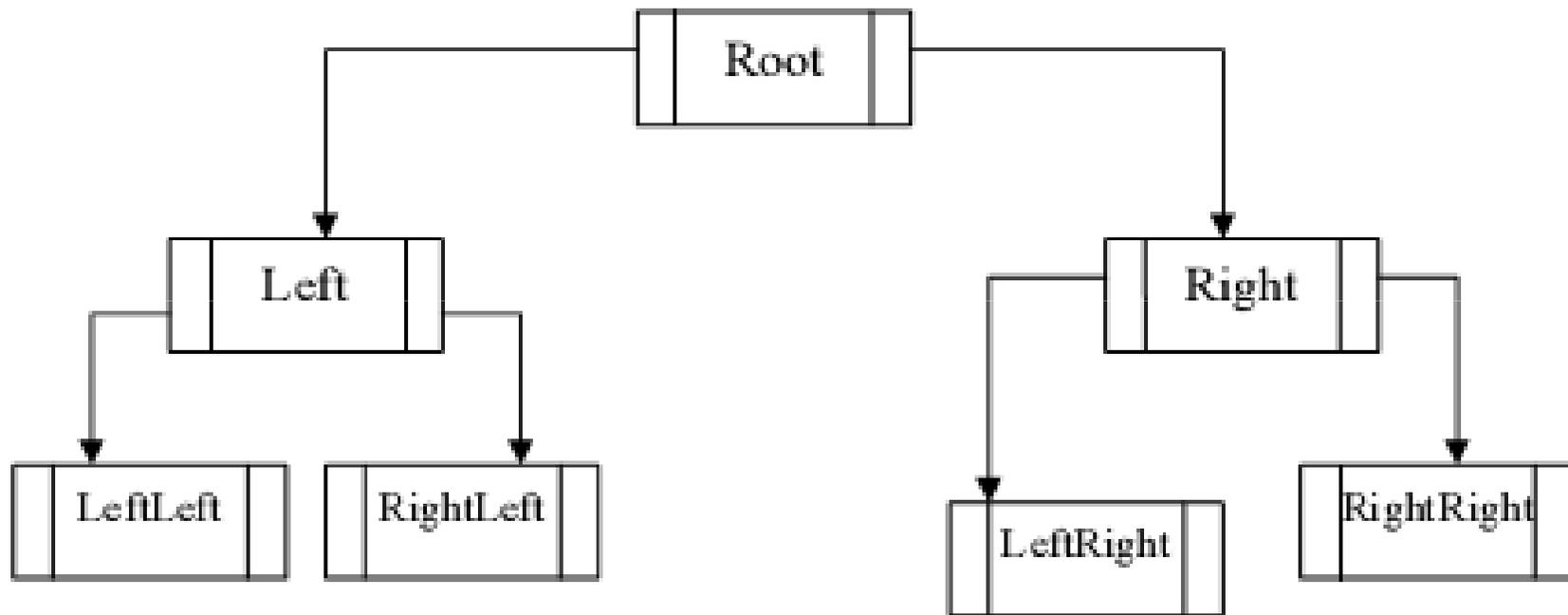
Deklarasi struct

```
typedef struct Tree{  
    int data;  
    Tree *left;  
    Tree *right;  
}
```

Deklarasi variabel:

```
Tree *pohon;
```

Ilustrasi:



Penyajian Pohon Binar (Binary Tree)

- Tree dapat dibuat dengan menggunakan linked list secara rekursif.
- Linked list yang digunakan adalah double linked list non circular
- Data yang pertama kali masuk akan menjadi node root.
- Data yang lebih kecil dari data node root akan masuk dan menempati node kiri dari node root, sedangkan jika lebih besar dari data node root, akan masuk dan menempati node di sebelah kanan node root.

Bila diberikan untai HAKJCBL, maka proses untuk dapat membentuk pohon biner dari untai diatas adalah :

1. Karakter pertama 'H' ditempatkan sebagai akar (root)
2. Karakter 'A', karena lebih kecil dari 'H', maka akan menempati cabang kiri.
3. Karakter 'K', karena lebih besar dari 'H', maka akan menempati cabang kanan.
4. Karakter 'J', lebih besar dari 'H' dan kecil dari 'K', maka menempati cabang kiri 'K'.

Dan begitu seterusnya sehingga terbentuk pohon biner seperti berikut :

