

MATERI :

- **Fungsi Dua Variabel**
- **Diferensial fungsi dua variable**

Fungsi dua variable secara umum ditulis :

$$z = f(x,y) \text{ untuk bentuk eksplisit}$$

Atau $F(x,y,z)=c$ untuk bentuk implicit

Dimana : x dan y adalah variable-variabel bebas ada dua buah

.z adalah variable tidak bebas.

Contoh-contoh fungsi dua variabel :

1. $z = x^3 + y^3 + 9xy$
2. $z = \ln(x^2 + y^2)$
3. $z = e^{3x+6y+xy}$
4. $z = \sin(5x + 9y + 3xy)$
5. $x^2 + y^2 + z^3 = 7x$
6. $\frac{x + 7z}{5y + \cos z} = 4xy$
7. $xyz + 4x^3y^3 + 5x + 90y = 0$
8. $x^2y^2z^2 = \ln(4z + 3y)$ dll

Turunan fungsi dua variable dikenal dengan diferensial parsial (per bagian) , untuk diferensial parsial orde satu sebagai berikut :

Diferensial parsial orde satu Fungsi Dua variable

Bentuk $z = f(x,y)$

1. Diferensial parsial orde satu Fungsi Dua variable bentuk $z = f(x,y)$ terhadap x yaitu turunan pertama $z = f(x,y)$ terhadap x dengan menganggap variable y sebagai konstanta , dan ditulis sebagai

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} = z_{,x}$$

2. Diferensial parsial orde satu Fungsi Dua variable bentuk $z = f(x,y)$ terhadap y yaitu turunan pertama $z = f(x,y)$ terhadap y dengan menganggap variable x sebagai konstanta , dan ditulis sebagai

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} = z_{,y}$$

Contoh-contoh :

Tentukan $\frac{\partial z}{\partial x}$ dan $\frac{\partial z}{\partial y}$ dari fungsi dua variable berikut :

1. $z = x^3 + y^3 + 4xy$

Jawab:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 3x^2 + 0 + 4y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 0 + 3y^2 + 4x$$

2. $z = \ln(x^2 + y^2)$

Jawab :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x^2 + y^2} \cdot (2x + 0)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{x^2 + y^2} \cdot (0 + 2y)$$

3. $z = e^{-4x+5y}$

Jawab :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = e^{-4x+5y} \cdot (-4 + 0)$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = e^{-4x+5y} \cdot (0 + 5)$$

4. $z = \frac{3xy + 6y}{\sin 4x}$

Jawab:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\sin 4x(3y) - (3xy + 6y)\cos 4x \cdot 4}{(\sin 4x)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{3y \sin 4x - (12xy + 24y)\cos 4x}{(\sin 4x)^2}$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\sin 4x(3x + 6) - (3xy + 6y)0}{(\sin 4x)^2} = \frac{3x + 6}{\sin 4x}$$

5. $z = x^y + y^x$

Jawab :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = y \cdot x^{y-1} + y^x \ln y$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = y^x \cdot \ln x + x \cdot y^{x-1}$$

Diferensial parsial orde satu Fungsi Dua variable

Bentuk implicit $F(x,y,z)= c$

1. Diferensial parsial orde satu Fungsi Dua variable bentuk $F(x,y,z)= c$ terhadap x yaitu turunan pertama $F(x,y,z)= c$ terhadap x dengan menganggap variable y sebagai konstanta , dan variable z diturunkan dikalikan dengan $\frac{\partial z}{\partial x}$
2. Diferensial parsial orde satu Fungsi Dua variable bentuk $F(x,y,z)= c$ terhadap y yaitu turunan pertama $F(x,y,z)= c$ terhadap y dengan menganggap variable x sebagai konstanta , dan variable z diturunkan dikalikan dengan $\frac{\partial z}{\partial y}$

Contoh-contoh :

Tentukan $\frac{\partial z}{\partial x}$ dan $\frac{\partial z}{\partial y}$ dari fungsi dua variable berikut :

1 $x^3 + y^3 + 4xyz = 10$

Jawab:

Turunan terhadap x :

$$3x^2 + 0 + 4yz + 4xy \frac{\partial z}{\partial x} = 0$$

$$4xy \frac{\partial z}{\partial x} = -3x^2 - 4yz$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-3x^2 - 4yz}{4xy}$$

Turunan terhadap y :

$$0 + 3y^2 + 4xz + 4xy \frac{\partial z}{\partial y} = 0$$

$$4xy \frac{\partial z}{\partial y} = -3y^2 - 4xz$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-3y^2 - 4xz}{4xy}$$

2 $x^3 + y^3 + z^3 = 10z$

Jawab:

Turunan terhadap x :

$$3x^2 + 0 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} = 10 \frac{\partial z}{\partial x}$$

$$3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} - 10 \frac{\partial z}{\partial x} = -3x^2$$

$$(3z^2 - 10) \frac{\partial z}{\partial x} = -3x^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-3x^2}{(3z^2 - 10)}$$

Turunan terhadap y :

$$0 + 3y^2 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} = 10 \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} - 10 \frac{\partial z}{\partial y} = -3y^2$$

$$(3z^2 - 10) \frac{\partial z}{\partial y} = -3y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-3y^2}{(3z^2 - 10)}$$

3 $\ln(x^3 + y^3 + z^3) = 16$

Jawab:

Turunan terhadap x :

$$\frac{1}{x^3 + y^3 + z^3} (3x^2 + 0 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x}) = 0$$

$$(3x^2 + 0 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x}) = 0$$

$$3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} = -3x^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-3x^2}{3z^2}$$

Turunan terhadap y :

$$\frac{1}{x^3 + y^3 + z^3} (0 + 3y^2 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y}) = 0$$

$$(0 + 3y^2 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y}) = 0$$

$$3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} = -3y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-3y^2}{3z^2}$$

4. $\sin(x^3 + y^3 + z^3) = 16$

Jawab:

Turunan terhadap x :

$$\cdot \cos(x^3 + y^3 + z^3) \cdot \left\{ (3x^2 + 0 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x}) \right\} = 0$$

$$(3x^2 + 0 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial x}) = 0$$

$$3z^2 \frac{\partial z}{\partial x} = -3x^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-3x^2}{3z^2}$$

Turunan terhadap y :

$$\cdot \cos(x^3 + y^3 + z^3) \cdot \left\{ (0 + 3y^2 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y}) \right\} = 0$$

$$(0 + 3y^2 + 3z^2 \frac{\partial z}{\partial y}) = 0$$

$$3z^2 \frac{\partial z}{\partial y} = -3y^2$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-3y^2}{3z^2}$$

TUGAS:

Tentukan $\frac{\partial z}{\partial x}$ dan $\frac{\partial z}{\partial y}$ dari fungsi dua variable berikut :

1. $z = \text{tg}(3x^2 + 6y^3)$
2. $z = \sec(4xy + 7x^5)$
3. $z = 3^{\sin(3x+7y)}$
4. $xyz + \ln(4x) - \text{tg } 7y = 6z$
5. $5xy + e^{9z} + 5z = \sin y$

Tugas diupload paling lambat hari Minggu, 11 Maret 12 jam 20.00

Tugas akan dikoreksi pada kuliah Tatap Muka selanjutnya.

LINK INTERNAL

LINK EKSTERNAL

LINK DOKUMEN :

TAMBAHAN REFERENSI: *Fungsi Dua Peubah.pdf*