

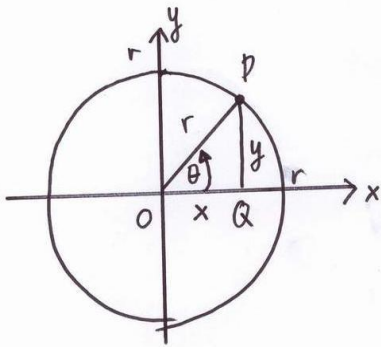
MATERI :

- system koordinat Polar pada Integral Lipat dua.

system koordinat Polar pada Integral Lipat dua

Misalkan diketahui Integral Lipat tiga : $\iint_D F(x, y) dy dx$

Sedangkan D adalah daerah bidang sebagai batas integral lipat dua dan berupa lingkaran maka integral lipat dua tersebut dapat juga diselesaikan dengan transformasi ke system koordinat polar sebagai berikut :



.Transformasi ke system koordinat polar :

Perhatikan $\triangle OPQ$: $OP = r =$ jari-jari lingkaran

$$OQ = x = r \cos \theta$$

$$PQ = y = r \sin \theta$$

$$.x^2 + y^2 = r^2$$

$$.dy. dx = r dr d\theta$$

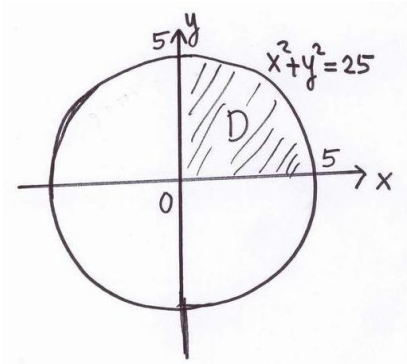
Sehingga integral lipat dua $\iint_D F(x, y) dy dx = \iint_D F(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr d\theta$

Contoh-contoh:

1. Hitunglah integral lipat dua $\iint_D 2xy dy dx$

Jika D daerah yang dibatasi oleh $x^2 + y^2 = 25$ di kwadran I.

Jawab:



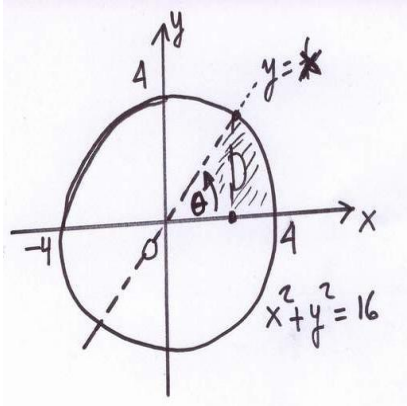
Transformasi ke koordinat Polar :

$$\begin{aligned}
 \text{integral lipat dua } \iint_D 2xy \, dy \, dx &= \int_{r=0}^5 \int_{\theta=0}^{\pi/2} 2r \cos \theta r \sin \theta \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \\
 &= \int_{r=0}^5 \int_{\theta=0}^{\pi/2} 2r^3 \cos \theta \sin \theta \cdot dr \cdot d\theta \\
 &= \int_{r=0}^5 \int_{\theta=0}^{\pi/2} r^3 \sin 2\theta \cdot dr \cdot d\theta \\
 &= \int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin 2\theta \left(\frac{1}{4} r^4 \right) \Big|_{r=0}^5 d\theta \\
 &= \int_{\theta=0}^{\pi/2} \sin 2\theta \left(\frac{1}{4} 5^4 \right) d\theta \\
 &= \frac{625}{4} \left(-\frac{1}{2} \cos 2\theta \right) \Big|_{\theta=0}^{\pi/2} \\
 &= \frac{625}{4} //
 \end{aligned}$$

2. Hitunglah integral lipat dua $\iint_D 8xy \, dy \, dx$

Jika D daerah yang dibatasi oleh $x^2 + y^2 = 16$ dipotong oleh $y = x$ dan sumbu x di kwadran I.

Jawab:



Transformasi ke koordinat Polar :

$$\begin{aligned}
 \text{integral lipat dua } \iint_D 8xy \, dy \, dx &= \int_{r=0}^4 \int_{\theta=0}^{\pi/4} 8r \cos\theta r \sin\theta \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \\
 &= \int_{r=0}^4 \int_{\theta=0}^{\pi/4} 8r^3 \cos\theta \sin\theta \cdot dr \cdot d\theta \\
 &= \int_{r=0}^4 \int_{\theta=0}^{\pi/4} 4r^3 \sin 2\theta \cdot dr \cdot d\theta \\
 &= \int_{\theta=0}^{\pi/4} 4 \sin 2\theta \left(\frac{1}{4} r^4 \right) \Big|_{r=0}^4 d\theta \\
 &= 4^4 \left(-\frac{1}{2} \cos 2\theta \right) \Big|_{\theta=0}^{\pi/4} \\
 &= 128 //
 \end{aligned}$$

TUGAS:

1. Hitunglah integral lipat dua $\iint_D (8x + 2y) \, dy \, dx$

Jika D daerah yang dibatasi oleh $x^2 + y^2 = 4$ dipotong oleh $y = x$

Dan sumbu y bagian atas.

2. Hitunglah integral lipat dua $\iint_D (2xy + 2y) \, dy \, dx$

Jika D daerah yang dibatasi oleh $x^2 + y^2 = 9$ di kwadran I

3. Hitunglah integral lipat dua $\iint_D (8xy) dy dx$

Jika D daerah yang dibatasi oleh $(x-4)^2 + y^2 = 16$ di kwadran I

4. Hitunglah integral lipat dua $\iint_D 8xy dy dx$

Jika D daerah yang dibatasi oleh $(x-4)^2 + y^2 = 16$ dipotong oleh $y = x$ dan di kwadran I

5. Hitunglah integral lipat dua $\iint_D 5xy dy dx$

Jika D daerah yang dibatasi oleh $x^2 + (y-2)^2 = 4$ di kwadran I

LINK INTERNAL

LINK EKSTERNAL

LINK DOKUMEN :

Murray R. Spigel JR, KALKULUS LANJUTAN, , Erlangga , Jakarta
1991