METODE ANALISIS PERENCANAAN - 1
TPL 206 - 2 SKS
DR. Ir. Ken Martina K, MT.

KULIAH KE 7

METODA KELOMPOK
(*COHORT SURVIVAL METHOD*)
Lanjutan

b. Komponen Kematian

Melihat pengaruh komponen kematian terhadap perubahan penduduk.

$S_{i+1,i}$* = *tingkat hidup terus (survivorship rate)* =** proporsi penduduk pada kelompok umur ***i yang bertahan hidup pada suatu periode waktu, misalnya yang membuat transisi dari grup/kelompok ***i*** ke kelompok ***i + 1*** sebagai berikut :

$$S_{i+1,i} = 1 - \frac{\text{Jumlah penduduk meninggal di kelompok } i}{P_i}$$

$$= \frac{\text{Jumlah penduduk yang tetap hidup di kelompok } i}{P_i}$$

$$S_{i+1,i} = 1 - \frac{d_i}{p_i} = 1 - \textbf{death rate di kelompok i} \qquad ....(4)$$

$$S_{2,1} = 1 - 42/3900 = 0{,}989$$

$$S_{3,2} = 1 - 2/3200 = 0{,}999$$

Death rate = tingkat kematian = $\frac{d_i}{p_i}$

Jumlah yang tetap hidup di kelompok $\boldsymbol{i} = (\boldsymbol{S}_{i+1,i})(\boldsymbol{P}_i)$

Maka jumlah penduduk pada permulaan periode berikutnya adalah :

$$P_2 = (S_{2,1})(P_1^0)$$

$$P_3 = (S_{3,2})(P_2^0)$$

....

$$P_t = (S_{i,i-1})(P_{i-1}^0)$$

....

$$P_u = (S_{u,u-1})(P_{u-1}^0)$$

Catatan :

Tingkat pada kelompok 1 = 0 karena perubahan penduduk yang terjadi pada kelompok ini adalah kelahiran dan migrasi (bukan kematian), sedang total yang bertahan hidup pada kelompok terakhir ($\boldsymbol{\mu}$) adalah total dari kelompok $\boldsymbol{\mu}$ dan $\boldsymbol{\mu}$ + 1, jadi dapat ditulus $(S_{u,u})(P_u^0) + (S_{u,u-1})(P_{u-1}^0)$

Dalam bentuk matriks dapat ditulis :

$$\begin{bmatrix} P_1^1 \\ P_2^1 \\ P_3^1 \\ \vdots \\ P_i^1 \\ \vdots \\ P_\upsilon^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ S_{2,1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & S_{3,2} & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & S_{i-1,i} & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & S_{\upsilon,\upsilon-1} & S_{\upsilon,\upsilon} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \\ P_3^0 \\ \vdots \\ P_i^0 \\ \vdots \\ P_\upsilon^0 \end{bmatrix}$$

Dapat ditulis : $P^1 = SP^0$ ....(5)

Dimana

P^1 = vektor penduduk pada tingkat terbaru

S = matriks tingkat hidup terus (survivor ship matrices) yang menggambarkan komponen kematian individu pada tingka pendujduk asli P^0.

Contoh pada tabel 6.1.

Kelompok *i*	Umur	Jumlah Penduduk	Lahir	Mati
1	0 – 9	3.900	-	42
2	10 – 19	3.200	35	2
3	20 – 29	3.300	267	5
4	30 – 39	2.800	105	6
5	40 – 49	1.700	12	7
6	50 – 59	1.800	-	17
7	60 – 69	1.100	-	28
8	70 – 79	550	-	35
9	80 – 89 +	200	-	24
Total		18.370	419	

- Tingkat kematian pada kelompok 1 : 42/3900 = 0,011 maka "*survivorship rate*" dari kelompok 1 ke kelompok 2 adalah $S_{2,1}$= 1 – 0,011 = 0,989.maka jumlah penduduk yang ada pada kelompok 2 pada awal periode berikut adalah $P_2^1 = (S_{2,1})(P_1^0)$ = (0,989)(3900) = 3857......lihat bedanya bila (data pada tabel 2.1.) 3900 – 42 = 3858....ada perbedaan dengan 3857 di atas karena ada perhitungan rate nya.
- Dengan cara yang sama untuk kelompok 2 : 2/3200 = 0,0006 ....maka survivorship rate kelompok 2 ke kelompok 3 adalah : $S_{3,2}$= 1 – 0,0006 = 0,9994....dibulatkan menjadi 0,999 maka jumlah penduduk yang ada pada kelompok 3 pada awal periode berikut adalah $P_3^1 = (S_{3,2})(P_2^0)$ =(0,999)(3200)=3198.
- Seterusnya untuk kelompok lainnya :

$S_{2,1}$= 1 – 0,011 = 0,989

$S_{3,2}$= 1 – 0,0006 = 0,9994

$S_{4,3}$= 1 – 5/3300 = 0,998

$S_{5,4}$= 1 – 6/2800 = 0,998

$S_{6,5}$= 1 – 7/1700 = 0,996

$S_{7,6}$= 1 – 17/1800 = 0,991

$S_{8,7}$= 1 – 28/1100 = 0,975

$S_{9,8}$= 1 – 35/550 = 0,936

$S_{9,9}$= 1 – 24/200 = 0,880

Survivorship rate yang terakhir menggambarkan proporsi penduduk pada kelompok terakhir. Maka jumlah penduduk pada kelompok terakhir periode berikutnya :

$$P_9^1 = (S_{9,8})(P_8^0) + (S_{9,9})(P_9^0) = (0,936)(550) + (0,880)(200) = 691$$

Apabila ditulis dalam bentuk matriks sbb :

$$\begin{bmatrix} P_1^1 \\ P_2^1 \\ P_3^1 \\ P_4^1 \\ P_5^1 \\ P_6^1 \\ P_7^1 \\ P_8^1 \\ P_9^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,989 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,996 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,991 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,975 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,936 & 0,880 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \\ P_3^0 \\ P_4^0 \\ P_5^0 \\ P_6^0 \\ P_7^0 \\ P_8^0 \\ P_9^0 \end{bmatrix}$$

Dari komponen-komponen perubahan penduduk, sekarang 2 hal sudah dipelajari untuk proses perhitungan secara terpisah yi : *kelahiran* dan *kematian.*

Pada kenyataannya kedua komponen tsb tidak dapat dipisahkan dalam perhitungan (catatan : masih ada satu lagi yang akan/belum dibahas yaitu migrasi).

Dapat ditulis gabungan tsb sbb :

$P^1 = {}^sP^1 + {}^bP^1$......................(6)

${}^sP^1$ = tingkat penduduk yang baru dari yang bertahan hidup (*survivor/aging*)

${}^bP^1$ = tambahan penduduk yang lahir (*birth*)

Persamaan (6) dapat ditulis ulang

$P^1 = SP^0 + B\ P^0 = (S+B)\ P^0 = C\ P^0$ ....(7)

$P^1 = C\ P^0$..........(8)

Dimana $C = S+B$

Pada contoh tabel 6.1.

$$\begin{bmatrix} P_1^1 \\ P_2^1 \\ P_3^1 \\ P_4^1 \\ P_5^1 \\ P_6^1 \\ P_7^1 \\ P_8^1 \\ P_9^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}011 & 0{,}081 & 0{,}038 & 0{,}007 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}989 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}996 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}991 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}975 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0{,}936 & 0{,}880 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \\ P_3^0 \\ P_4^0 \\ P_5^0 \\ P_6^0 \\ P_7^0 \\ P_8^0 \\ P_9^0 \end{bmatrix}$$

Apabila kita akan memproyeksikan penduduk pada tingkat waktu ke 2 : P^2 , maka kita rubah persamaan (10) dari P^0jadi P^1 dan P^1 jadi P^2 jadi persamaan (10) menjadi

$P^1 = C\ P^0$

$P^2 = CP^1 = CC\ P^0$ ....(9)

$P^2 = C^2\ P^0$ .... (10)

Untuk $P^3 = C\ P^2 = C(C\ P^2) = C(CC\ P^0) = C^3\ P^0$ ....(11) maka rumus umumnya untuk tingkat waktu ke n :

$P^0 = C\ P^{n-1} = C(C^{n-1}\ P^0) = C^n P^0$.......(12)

Sebagai contoh untuk kasus tabel 6.1. pada tingkat waktu ke 4 dapat dilihat pada lampiran.

c. Komponen Migrasi

M_i = tingkat migrasi pada kelompok i (nilai positif berarti inmigration/migrasi masuk dan nilai negatif berarti migrasi keluar/outmigration

Maka bila ditulis pada μ kelompok umur :

$$M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \vdots \\ M_i \\ \vdots \\ M_\upsilon \end{bmatrix}$$

Maka bila ditambahkan dengan tingkat kelahiran dan kematian menjadi :

$$P^1 = C\,P^0 + M \quad \text{............................(13)}$$

untuk

$$P^2 = C\,P^1 + M = C\left(C\,P^0 + M\right) + M = C^2 P^0 + C\,M + M$$

$$P^3 = C\,P^2 + M = C\left(C^2 P^0 + CM + M\right) + M = C^3 P^0 + C^2 M + CM + M$$

Untuk

$$P^n = C\,P^{n-1} + M = C\left(C^{n-1} P^0 + C^{n-2} M + C^{n-3} M + \cdots + M\right)M =$$

$$P^n = C^n P^0 + C^{n-1} M + C^{n-2} M + \cdots + CM + M$$

atau

$$P^n = C^n P^0 + \left(C^{n-1} + C^{n-2} + C^{n-3} + \cdots + C + I\right)M \quad \text{......(14)}$$

Dimana bagian ke 2 adalah produk matriks $\left(C^{n-1} + C^{n-2} + C^{n-3} + \cdots + C + I\right)$ dari kolom vektor M (I menunjukkan “unit” matriks, jadi IM = M)

Perhitungan jumlah $\left(I + C + C^2 + \cdots + C^{n-1}\right)$ dapat diakibatkan kekuatan C, yang dapat dihitung untuk mengevaluasi C^n . Jumlah dari $\left(I + C + C^2 + \cdots + C^{n-1} + \cdots + C^{\infty}\right)$ adalah sama dengan inverse matriks (I-C)

Jadi untuk proyeksi dalam jumlah besar :

$$P^n \approx C^n P^0 + \left(I - C\right)^{-1} M \quad .....(15)$$

Yang dapat ditulis :

$$P = C^{\infty} P^0 + \left(I - C\right)^{-1} M$$

Contoh Soal untuk Latihan :

Soal 1 :

1. Diketahui data penduduk Kecamatan Wanareja pada tahun 2000 menurut kelompok umur sebagai berikut :

No.	Kelompok Umur	Penduduk (Pi)	Kelahiran	Kematian	Migrasi	
					Keluar	Masuk
1.	0 – 14	15.350	-	80	50	30
2.	15 – 29	13.870	1050	30	70	90
3.	30 – 44	8.800	220	15	10	15
4.	45 – 59	4.900	3	55	0	0

Ditanyakan :

a. Buat matriks kelahiran
b. Buat matriks “tetap hidup”
c. Berapa jumlah penduduk pada tahun 2015 bila migrasi tidak diperhitungkan ?
d. Berapa jumlah penduduk pada tahun 2030 bila migrasi tidak diperhitungkan?
e. Berapa jumlah penduduk pada tahun 2015 bila migrasi diperhitungkan ?

Jawab :

a & b : Matriks Kelahiran (B) dan survivorship/Tetap Hidup (S)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0{,}0757 & 0{,}025 & 0{,}00061 \\ 0{,}995 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}998 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}998 & 0{,}989 \end{bmatrix}$$

dimana S + B = C

Jawaban c :

$P^{2015} = P^1 = C.P^0 =$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0{,}0757 & 0{,}025 & 0{,}00061 \\ 0{,}995 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}998 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}998 & 0{,}989 \end{bmatrix} \mathbf{x} \begin{bmatrix} 15350 \\ 13870 \\ 8800 \\ 4900 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1272{,}948 \\ 15273{,}25 \\ 13842{,}26 \\ 13628{,}5 \end{bmatrix} = 44017$$

Jawaban d :

$P^{2030} = P^2 = C.P^1 = C.C.P^0 =$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0{,}0757 & 0{,}025 & 0{,}00061 \\ 0{,}995 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}998 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}998 & 0{,}989 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 0 & 0{,}0757 & 0{,}025 & 0{,}00061 \\ 0{,}995 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}998 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}998 & 0{,}989 \end{bmatrix} X \begin{bmatrix} 15350 \\ 13870 \\ 8800 \\ 4900 \end{bmatrix} =$$

Jawaban e :

Matriks migrasi :

$$\begin{bmatrix} = -50 + 30 = -20 \\ 20 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$P^1 = C\ P^0 + M$$

$$= \begin{bmatrix} 1272{,}948 \\ 15273{,}25 \\ 13842{,}26 \\ 13628{,}5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} = -50 + 30 = -20 \\ 20 \\ 5 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1252{,}948 \\ 15293{,}25 \\ 13847{,}26 \\ 13628{,}5 \end{bmatrix} = 44021{,}96 \text{ dibulatkan} = 44022$$

Soal 2 :
Given the following data, and assuming no changes in the birth, death, and migration rates :

age group	Pop 1970 = P^0	Births 50-65	Deaths 50-65	migration	
				in	out
0-14	216	0	36	5	25
15-29	216	162	36	20	30
30-44	216	180	36	10	50
45+	216	54	216	100	0

a. What will the population be in 1985 and 2000?
b. How would these projections change if the inmigration levels were to go up by 10%?
c. What would be the effect of an overall decreasein the birth rates of 0,005%

Daftar Pustaka :

1. Oppenheim, "*Applied Models in Urban and Regional Analysis",* Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980.
2. Warpani, Suwardjoko., *"Analisis Daerah dan Kota"*, Edisi Kedua, Penerbit ITB, Bandung, 1984.