

METODE ANALISIS PERENCANAAN - 1

TPL 206 - 2 SKS

DR. Ir. Ken Martina K, MT.

REGRESI LINIER GANDA

$$Y' = b_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + \dots + b_k x_k$$

$$Y_i' = b_1 + b_2 x_{2i} + b_3 x_{3i} + \dots + b_k x_{ki}$$

Dimana :

$Y$  = adalah nilai observasi (data hasil pencatatan)

$Y'$  = adalah nilai regresi

Terdapat 1 (satu) variabel tak bebas yaitu  $Y'$  dan (k-1) variabel bebas yaitu  $x_2, x_3, x_k$

Untuk menghitung  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_k$  digunakan metode kuadrat terkecil (*Least Square method*), yang menghasilkan persamaan normal :

$$b_1 n + b_2 \sum x_2 + b_3 \sum x_3 + \dots + b_k \sum x_k = \sum Y$$

$$b_1 \sum x_2 + b_2 \sum x_2^2 + b_3 \sum x_2 x_3 + \dots + b_k \sum x_2 x_k = \sum x_2 Y$$

$$b_1 \sum x_3 + b_2 \sum x_3 x_2 + b_3 \sum x_3^2 + \dots + b_k \sum x_3 x_k = \sum x_3 Y$$

⋮

$$b_1 \sum x_k + b_2 \sum x_k x_2 + b_3 \sum x_k x_3 + \dots + b_k \sum x_k^2 = \sum x_k Y$$

Untuk k = 3, persamaan yang ada adalah :  $Y' = b_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$

Sehingga di dapat persamaan normal :

$$b_1 n + b_2 \sum x_2 + b_3 \sum x_3 = \sum Y$$

$$b_1 \sum x_2 + b_2 \sum x_2^2 + b_3 \sum x_2 x_3 = \sum x_2 Y$$

$$b_1 \sum x_3 + b_2 \sum x_3 x_2 + b_3 \sum x_3^2 = \sum x_3 Y$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} n & \Sigma x_2 & \Sigma x_3 \\ \Sigma x_2 & \Sigma x_2^2 & \Sigma x_2 x_3 \\ \Sigma x_3 & \Sigma x_2 x_3 & \Sigma x_3^2 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}}_b = \underbrace{\begin{bmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma x_2 Y \\ \Sigma x_3 Y \end{bmatrix}}_H$$

A = matriks (diketahui)

H = vector kolom (diketahui)

b = vektor kolom yang dicari dengan :

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{H}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{H}$$

$\mathbf{A}^{-1}$  = kebalikan (invers) dari A

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\det A = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{32}a_{21} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32}$$

ini merupakan tiga persamaandengan 3 variabel yang tidak diketahui.

$$a_{11}b_1 + a_{12}b_2 + a_{13}b_3 = h_1$$

$$a_{21}b_1 + a_{22}b_2 + a_{23}b_3 = h_2$$

$$a_{31}b_1 + a_{32}b_2 + a_{33}b_3 = h_3$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}}_b = \underbrace{\begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{bmatrix}}_H$$

Maka :

$$b_1 = \frac{\det(A_1)}{\det A}$$

$$b_2 = \frac{\det(A_2)}{\det A}$$

$$b_3 = \frac{\det(A_3)}{\det A}$$

Dimana

$$A_1 = \begin{bmatrix} h_1 & a_{12} & a_{13} \\ h_2 & a_{22} & a_{23} \\ h_3 & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & h_1 & a_{13} \\ a_{21} & h_2 & a_{23} \\ a_{31} & h_3 & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & h_1 \\ a_{21} & a_{22} & h_2 \\ a_{31} & a_{32} & h_3 \end{bmatrix}$$

Untuk melakukan perhitungan dibuat tabel sebagai berikut :

$Y$	$x_2$	$x_3$	$x_2Y$	$x_3Y$	$x_2^2$	$x_3^2$	$x_2x_3$
$\Sigma Y$	$\Sigma x_2$	$\Sigma x_3$	$\Sigma x_2Y$	$\Sigma x_3Y$	$\Sigma x_2^2$	$\Sigma x_3^2$	$\Sigma x_2x_3$

Contoh Soal :

Pada suatu wilayah yang mempunyai 6 (enam) kecamatan, memiliki data jumlah penduduk, jumlah tenaga kerja dan jumlah perjalanan orang (trips) seperti terlihat pada tabel di bawah ini :

Kecamatan	$X_2$ : jumlah Pddk	$X_3$ : Tenaga Kerja (TK)	$Y_1$ : Perjalanan (Trips)
1	6	3	6
2	4	3	4
3	3	2	3
4	6	4	7
5	7	5	6
6	7	5	7

Pertanyaan :

Bila jumlah penduduk 8 dan tenaga kerja 7 berapakah perjalanan (trips) yang terjadi ?

Jawab :

$$N = 6$$

$$Y' = b_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3$$

Kec	$X_2$ : Jumlah Penduduk	$X_3$ : Tenaga Kerja (TK)	$Y_i$ : Perjalanan (Trip)	$x_2 Y$	$x_3 Y$	$x_2^2$	$x_3^2$	$x_2 x_3$
1	6	3	6	36	18	36	9	18
2	4	3	4	16	12	16	9	12
3	3	2	3	9	6	9	4	6
4	6	4	7	42	28	36	16	24
5	7	5	6	42	30	49	25	35
6	7	5	7	49	35	49	25	35
Jumlah	33	22	33	194	129	195	88	130

$$\begin{bmatrix} n & \Sigma x_2 & \Sigma x_3 \\ \Sigma x_2 & \Sigma x_2^2 & \Sigma x_2 x_3 \\ \Sigma x_3 & \Sigma x_2 x_3 & \Sigma x_3^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma x_2 Y \\ \Sigma x_3 Y \end{bmatrix}$$

$$\underbrace{\hspace{15em}}_A \quad \underbrace{\hspace{2em}}_b \quad \underbrace{\hspace{10em}}_H$$

$$\det A = (6 \cdot 195 \cdot 88) + (33 \cdot 130 \cdot 22) + (22 \cdot 33 \cdot 130) - (22 \cdot 195 \cdot 22) - (130 \cdot 130 \cdot 6) - (88 \cdot 33 \cdot 33) = 108$$

$$(33 \cdot 195 \cdot 88) + (33 \cdot 130 \cdot 129) + (22 \cdot 130 \cdot 194) - (129 \cdot 195 \cdot 22) - (130 \cdot 130 \cdot 33) -$$

$$\det A_1 = (88 \cdot 194 \cdot 33) = 44$$

$$\det A_2 = (6 \cdot 194 \cdot 88) + (33 \cdot 130 \cdot 22) + (22 \cdot 33 \cdot 129) - (22 \cdot 194 \cdot 22) - (129 \cdot 130 \cdot 6) - (88 \cdot 33 \cdot 33) = 118$$

$$\det A_3 = (6 \cdot 195 \cdot 129) + (33 \cdot 194 \cdot 22) + (33 \cdot 33 \cdot 130) - (33 \cdot 195 \cdot 22) - (6 \cdot 194 \cdot 130) - (33 \cdot 33 \cdot 129) = -27$$

$$b_1 = \frac{\det(A_1)}{\det A} = 44/108 = 0,407$$

$$b_2 = \frac{\det(A_2)}{\det A} = 118/108 = 1,093$$

$$b_3 = \frac{\det(A_3)}{\det A} = -27/108 = -0,25$$

Maka persamaan regresi linier yang didapat adalah :

$$Y = 0,407 + 1,093X_2 - 0,25X_3$$

Bila jumlah penduduk ( $X_2$ ) = 8 dan tenaga kerja ( $X_3$ ) = 7 maka perjalanan (trips atau Y) yang terjadi :

$$Y = 0,407 + 1,093(8) - 0,25(7) = 7,401$$

### **SOAL - SOAL LATIHAN REGRESI LINIER GANDA**

1. Diketahui Kabupaten Citamiang terdiri atas 6 kecamatan mempunyai data sebagai berikut (dalam ribuan):

Kec	$X_2$ : Pddk (2000)	$X_3$ : TK (2000)	$Y_1$ : Trips (2000)	$X_4$ : Pddk (2015)	$X_5$ : TK (2015)	$Y_2$ : Trips (2015)
A	7	5	6	9	8	
B	8	6	7	10	9	
C	9	7	8	13	10	
D	7	4	5	9	8	
E	7	5	6	8	7	
F	6	5	6	8	7	

Dimana :

$X_2$  = Jumlah Penduduk (Pddk) masing-masing kecamatan tahun 2000

$X_3$  = Jumlah Tenaga Kerja (TK) masing-masing kecamatan tahun 2000

$Y_1$  = Jumlah Trips (perjalanan penduduk) masing-masing kecamatan tahun 2000

Ditanyakan :

- a. Buatlah persamaan regresi linier ganda untuk data tahun 2000.
- b. Dengan menggunakan persamaan garis regresi linier berganda tahun 2000 yang telah dihitung pada soal no.1a, hitunglah  $Y_2$  atau jumlah trips (perjalanan penduduk) pada masing-masing kecamatan tahun 2015.

### **Daftar Pustaka :**

1. Supranto, J, "*Statistika*".
2. Warpani, Suwardjoko., "*Analisis Daerah dan Kota*", Edisi Kedua, Penerbit ITB, Bandung, 1984.