

KULIAH KE 9

METODA KELOMPOK (COHORT SURVIVAL METHOD)

Lanjutan

b. Komponen Kematian

Melihat pengaruh komponen kematian terhadap perubahan penduduk.

$S_{i+1,i}$ = *tingkat hidup terus (survivorship rate)* = proporsi penduduk pada kelompok umur i yang bertahan hidup pada suatu periode waktu, misalnya yang membuat transisi dari grup/kelompok i ke kelompok $i + 1$ sebagai berikut :

$$S_{i+1,i} = 1 - \frac{\text{Jumlah penduduk meninggal di kelompok } i}{P_i}$$
$$= \frac{\text{Jumlah penduduk yang tetap hidup di kelompok } i}{P_i}$$

$$S_{i+1,i} = 1 - \frac{d_i}{P_i} = 1 - \text{death rate di kelompok } i \quad \text{.....(4)}$$

$$S_{2,1} = 1 - 42/3900 = 0,989$$

$$S_{3,2} = 1 - 2/3200 = 0,999$$

$$\text{Death rate} = \text{tingkat kematian} = \frac{d_i}{P_i}$$

Jumlah yang tetap hidup di kelompok $i = (S_{i+1,i})(P_i)$

Maka jumlah penduduk pada permulaan periode berikutnya adalah :

$$P_2 = (S_{2,1})(P_1^0)$$

$$P_3 = (S_{3,2})(P_2^0)$$

.....

$$P_t = (S_{t,i-1})(P_{i-1}^0)$$

.....

$$P_u = (S_{u,u-1})(P_{u-1}^0)$$

Catatan :

Tingkat pada kelompok 1 = 0 karena perubahan penduduk yang terjadi pada kelompok ini adalah kelahiran dan migrasi (bukan kematian), sedang total yang bertahan hidup pada kelompok terakhir (μ) adalah total dari kelompok μ dan $\mu + 1$, jadi dapat ditulis $(S_{u,u})(P_u^0) + (S_{u,u-1})(P_{u-1}^0)$

Dalam bentuk matriks dapat ditulis :

$$\begin{bmatrix} P_1^1 \\ P_2^1 \\ P_3^1 \\ \vdots \\ P_i^1 \\ \vdots \\ P_v^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ S_{2,1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & S_{3,2} & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & S_{i-1,i} & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & S_{v,v-1} & S_{v,v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \\ P_3^0 \\ \vdots \\ P_i^0 \\ \vdots \\ P_v^0 \end{bmatrix}$$

Dapat ditulis : $P^1 = SP^0$ (5)

Dimana

P^1 = vektor penduduk pada tingkat terbaru

S = matriks tingkat hidup terus (survivor ship matrices) yang menggambarkan komponen kematian individu pada tingka penduduk asli P^0 .

Contoh pada tabel 6.1.

Kelompok i	Umur	Jumlah Penduduk	Lahir	Mati
1	0 – 9	3.900	-	42

2	10 – 19	3.200	35	2
3	20 – 29	3.300	267	5
4	30 – 39	2.800	105	6
5	40 – 49	1.700	12	7
6	50 – 59	1.800	-	17
7	60 – 69	1.100	-	28
8	70 – 79	550	-	35
9	80 – 89 +	200	-	24
Total		18.370	419	

- Tingkat kematian pada kelompok 1 : $42/3900 = 0,011$ maka “*survivorship rate*” dari kelompok 1 ke kelompok 2 adalah $S_{2,1} = 1 - 0,011 = 0,989$. maka jumlah penduduk yang ada pada kelompok 2 pada awal periode berikut adalah $P_2^1 = (S_{2,1})(P_1^0) = (0,989)(3900) = 3857$lihat bedanya bila (data pada tabel 2.1.) $3900 - 42 = 3858$ada perbedaan dengan 3857 di atas karena ada perhitungan rate nya.
- Dengan cara yang sama untuk kelompok 2 : $2/3200 = 0,0006$ maka survivorship rate kelompok 2 ke kelompok 3 adalah : $S_{3,2} = 1 - 0,0006 = 0,9994$dibulatkan menjadi 0,999 maka jumlah penduduk yang ada pada kelompok 3 pada awal periode berikut adalah $P_3^1 = (S_{3,2})(P_2^0) = (0,999)(3200) = 3198$.
- Seterusnya untuk kelompok lainnya :

$$S_{2,1} = 1 - 0,011 = 0,989$$

$$S_{3,2} = 1 - 0,0006 = 0,9994$$

$$S_{4,3} = 1 - 5/3300 = 0,998$$

$$S_{5,4} = 1 - 6/2800 = 0,998$$

$$S_{6,5} = 1 - 7/1700 = 0,996$$

$$S_{7,6} = 1 - 17/1800 = 0,991$$

$$S_{8,7} = 1 - 28/1100 = 0,975$$

$$S_{9,8} = 1 - 35/550 = 0,936$$

$$S_{9,9} = 1 - 24/200 = 0,880$$

Survivorship rate yang terakhir menggambarkan proporsi penduduk pada kelompok terakhir. Maka jumlah penduduk pada kelompok terakhir periode berikutnya :

$$P_9^1 = (S_{9,8})(P_8^0) + (S_{9,9})(P_9^0) = (0,936)(550) + (0,880)(200) = 691$$

Apabila ditulis dalam bentuk matriks sbb :

$$\begin{bmatrix} P_1^1 \\ P_2^1 \\ P_3^1 \\ P_4^1 \\ P_5^1 \\ P_6^1 \\ P_7^1 \\ P_8^1 \\ P_9^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,989 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,996 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,991 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,975 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,936 & 0,880 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \\ P_3^0 \\ P_4^0 \\ P_5^0 \\ P_6^0 \\ P_7^0 \\ P_8^0 \\ P_9^0 \end{bmatrix}$$

Dari komponen-komponen perubahan penduduk, sekarang 2 hal sudah dipelajari untuk proses perhitungan secara terpisah yaitu : *kelahiran* dan *kematian*.

Pada kenyataannya kedua komponen tsb tidak dapat dipisahkan dalam perhitungan (catatan : masih ada satu lagi yang akan/belum dibahas yaitu migrasi).

Dapat ditulis gabungan tsb sbb :

$$P^1 = {}^sP^1 + {}^bP^1 \dots\dots\dots(6)$$

${}^sP^1$ = tingkat penduduk yang baru dari yang bertahan hidup (*survivor/aging*)

${}^bP^1$ = tambahan penduduk yang lahir (*birth*)

Persamaan (6) dapat ditulis ulang

$$P^1 = S P^0 + B P^0 = (S+B) P^0 = C P^0 \dots\dots\dots(7)$$

$$P^1 = C P^0 \dots\dots\dots(8)$$

Dimana $C = S+B$

Pada contoh tabel 6.1.

$$\begin{bmatrix} P_1^1 \\ P_2^1 \\ P_3^1 \\ P_4^1 \\ P_5^1 \\ P_6^1 \\ P_7^1 \\ P_8^1 \\ P_9^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0,011 & 0,081 & 0,038 & 0,007 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0,989 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,999 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,998 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,996 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,991 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,975 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,936 & 0,880 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1^0 \\ P_2^0 \\ P_3^0 \\ P_4^0 \\ P_5^0 \\ P_6^0 \\ P_7^0 \\ P_8^0 \\ P_9^0 \end{bmatrix}$$

Apabila kita akan memproyeksikan penduduk pada tingkat waktu ke 2 : P^2 , maka kita rubah persamaan (10) dari P^0 jadi P^1 dan P^1 jadi P^2 jadi persamaan (10) menjadi

$$P^1 = C P^0$$

$$P^2 = CP^1 = CC P^0 \dots\dots\dots(9)$$

$$P^2 = C^2 P^0 \dots\dots\dots (10)$$

Untuk $P^3 = C P^2 = C(C P^2) = C(CC P^0) = C^3 P^0 \dots\dots\dots(11)$ maka rumus umumnya untuk tingkat waktu ke n :

$$P^n = C P^{n-1} = C(C^{n-1} P^0) = C^n P^0 \dots\dots\dots(12)$$

Sebagai contoh untuk kasus tabel 6.1. pada tingkat waktu ke 4 dapat dilihat pada lampiran.

Daftar Pustaka :

1. Oppenheim, “*Applied Models in Urban and Regional Analysis*”, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980.
2. Warpani, Suwardjoko., “*Analisis Daerah dan Kota*”, Edisi Kedua, Penerbit ITB, Bandung, 1984.