

METODE ANALISIS PERENCANAAN 2

Materi 6 : TPL 311 – 2 SKS

Oleh : Ken Martina Kasikoen

BAB 11

Programa Linier – Persoalan Pengangkutan

Konsepsi Dasar :

Untuk meminimumkan ongkos pengangkutan, berapa banyak produksi dari tiap lokasi atau sumber dapat dikirim ke setiap pusat penjualan sebagai tujuan ?

x_{ij} = jumlah kesatuan (unit) hasil produksi yang dikirim dari i ke j

m = tempat asal

n = tempat tujuan

C_{ij} = ongkos pengiriman satu unit produksi dari i ke j

Jumlah negatif tidak dapat dikirimkan, maka syarat batas $x_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$.

a_i = jumlah unit hasil produksi yang tersedia pada i

b_j = jumlah unit hasil produksi yang dibutuhkan pada j

Maka dari i yang bisa melayani ke j jumlah produksinya :

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} \leq a_i$$

($i=1,2,3,\dots,n$)

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = x_{1j} + x_{2j} + \dots + x_{mj} = b_j$$

($j=1,2,3,\dots,m$)

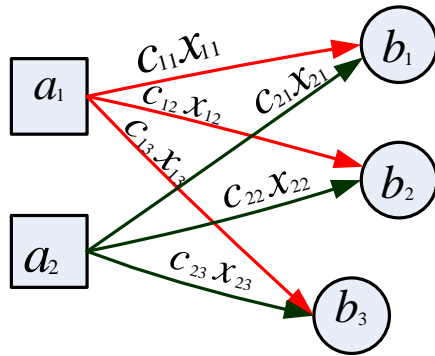
$$\sum_{i=1}^m a_i \geq \sum_{j=1}^n b_j$$

Fungsi tujuan : $\min Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$

$$\min Z = (c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + \dots + c_{1n}x_{1n}) + (c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + \dots + c_{2n}x_{2n}) + \dots + (c_{m1}x_{m1} + c_{m2}x_{m2} + \dots + c_{mn}x_{mn})$$

Contoh Soal :

Ada 2 sumber dan 3 tujuan



Tujuan :

$$\min Z = (c_{11}x_{11} + c_{12}x_{12} + c_{13}x_{13}) + (c_{21}x_{21} + c_{22}x_{22} + c_{23}x_{23})$$

- Pembatas Sumber :

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = a_1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = a_2$$

- Pembatas Tujuan

$$x_{11} + x_{21} = b_1$$

$$x_{12} + x_{22} = b_2$$

$$x_{13} + x_{23} = b_3$$

Contoh Soal:

1. Untuk memenuhi kebutuhan energi pada suatu kota, dapat dipenuhi melalui penyediaan gas. Terdapat tiga buah kota, yang memerlukan gas sebagai berikut : Kota X sebesar 200 (Milyar BTU per hari), Kota Y 160 (Milyar BTU per hari), dan Kota Z 140 (Milyar BTU per hari). Masing-masing sumber gas mempunyai kapasitas memasok gas sebagai berikut :
 Sumber gas I 200 BTU per hari
 Sumber gas II 200 BTU per hari
 dan sumber gas III 100 per hari.

Untuk keperluan tersebut dari tiga sumber gas dapat mengirimkan gas dengan biaya sebagai berikut (dalam satuan ongkos pengiriman per Milyar BTU):

	Kota X	Kota Y	Kota Z
Sumber I	5	10	7
Sumber II	9	8	8
Sumber III	10	5	9

Pertanyaan: bagaimanakah mengatur pengiriman gas dari ketiga sumber menuju ketiga kota agar supaya ongkos pengiriman terkecil.

Jawab:

Sebagai awal perhitungan, dilakukan dengan metode coba-coba (try – error) hasilnya adalah sebagai berikut:

	KOTA X	KOTA Y	KOTA Z	PERSEDIAAN
SUMBER GAS ₁	+5 200	+10	+7	A ₁ =200
SUMBER GAS ₂	+9	+8 160	+8 40	A ₂ =200
SUMBER GAS ₃	+10	+5	+9 100	A ₃ =100
	B ₁ =200	B ₂ =160	B ₃ =140	

Perhitungan Ongkos Transport

$$=200 \times 5 + 160 \times 8 + 40 \times 8 + 100 \times 9 = 1000 + 1600 + 900 = \mathbf{3500}$$

Pengujian ongkos transport :

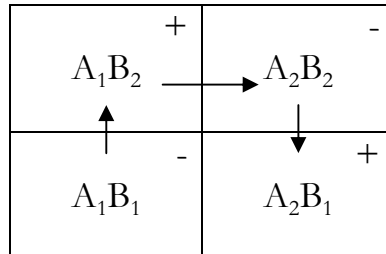
Catatan, sel yang diuji adalah yang tidak terisi oleh pengiriman barang, yaitu:

Sel A₁B₂, Sel A₁B₃, Sel A₂B₁, Sel A₃B₁, Sel A₃B₂

Pengujian Sel (lakukan perhitungan searah jarum jam):

- Sel A_1B_2

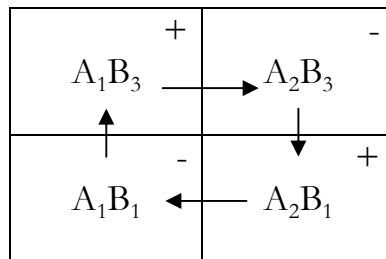
Loop



Sel A_1B_2 : $+10 - 8 + 9 - 5 = 6$

- Sel A_1B_3

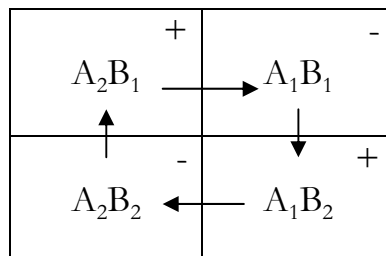
Loop



Sel A_1B_3 : $+7 - 8 + 9 - 5 = 3$

- Sel A_2B_1

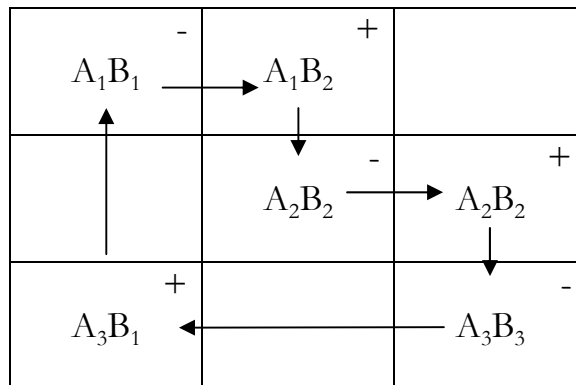
Loop



Sel A_2B_1 : $+ 9 - 5 + 10 - 8 = 2$

- Sel A_3B_1

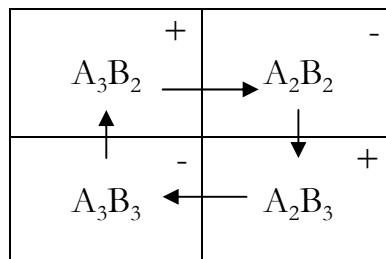
Loop



Sel A_3B_1 : $+10 - 5 + 10 - 8 + 8 - 9 = 6$

- Sel A_3B_2

Loop



Sel A_3B_2 : $+5 - 8 + 8 - 9 = -4$

Hasil Pengujian Sel :

	KOTA X	KOTA Y	KOTA Z	PERSEDIAAN
SUMBER GAS ₁	+5 200	+10 (6)	+7 (3)	$A_1=200$
SUMBER GAS ₂	+9 (2)	+8 160	+8 40	$A_2=200$
SUMBER GAS ₃	+10 (6)	+5 (-4)	+9 100	$A_3=100$
	$B_1=200$	$B_2=160$	$B_3=140$	

Catatan : dalam kurung adalah sel yang diuji

Dari hasil pengujian ternyata masih terdapat ongkos transport yang bernilai negatif (-4) artinya, ongkos transport masih memungkinkan untuk dikurangi.

Perhitungan Ongkos Transport Tahap 2 :

	KOTA X	KOTA Y	KOTA Z	PERSEDIAAN
SUMBER GAS ₁	+5 200	+10	+7	A ₁ =200
SUMBER GAS ₂	+9	+8 60	+8 140	A ₂ =200
SUMBER GAS ₃	+10	+5 100	+9	A ₃ =100
	B ₁ =200	B ₂ =160	B ₃ =140	

Perhitungan Ongkos Transport :

$$= 200 \times 5 + 60 \times 8 + 140 \times 8 + 100 \times 5 = 1000 + 1600 + 500 = \mathbf{3100}$$

Terlihat bahwa ongkos transport berkurang sebesar 400

Untuk memastikan apakah ongkos transport sebesar 3100 adalah minimum, saudara harus melakukan pengujian sel kembali, sampai didapat hasil uji sel dengan nilai positif (tidak ada yang negatif).

SOAL LATIHAN:

1. Kota A, kota B dan kota C mendapat supply air dari 2 buah waduk besar (waduk 1 dan waduk 2) di dekat kota tersebut. Kapasitas waduk mensupply air masing-masing 50 juta galon sehari. Masing-masing kota membutuhkan air sebanyak 40 juta galon sehari. Untuk menutupi kekurangan air, akan diambil dari **waduk 3** meskipun lokasinya lebih jauh dari ketiga kota tadi. Waduk ketiga ini mempunyai kemampuan mensupply air lebih sedikit yaitu hanya 20 juta galon sehari.
 Pertanyaan: bagaimanakah mengatur supply air dari ketiga waduk menuju ketiga kota agar supaya ongkos pengiriman terkecil.
 Ongkos pengiriman per juta galon dari masing-masing waduk ke masing-masing kota dapat dilihat pada tabel di bawah ini.

	Kota A	Kota B	Kota C
Waduk I	7	8	10
Waduk II	9	7	8
Waduk III	20	22	23

DAFTAR PUSTAKA

1. Warpani, Suwardjoko, "***Analisis Kota dan Daerah***", Edisi ketiga, Penerbit ITB, Bandung, 1984, ISBN No. 979-8591-49-6
2. Oppenheim, "***Applied Models in Urban and Regional Analysis***", First Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980, ISBN No. 0-13-041467-0