

METODE ANALISIS PERENCANAAN 2

Materi 9 : TPL 311 – 2 SKS

Oleh : Ken Martina Kasikoen

BAB 12 METODE SIMPLEX

Metode Simplex adalah metode pemrograman linier yang mempunyai peubah (variable) banyak, sehingga dimensinya lebih dari 3. Metode simplex dapat digunakan untuk memecahkan masalah maksimasi dan minimasi.

Persoalan yang dihadapi adalah bagaimana memaksimumkan hasil yang dinyatakan dengan fungsi tujuan :

$$Z = C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n$$

Dengan dibatasi oleh :

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n \leq a_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n \leq a_2$$

⋮

$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n \leq a_m$$

Untuk penyelesaian selanjutnya, ketidaksamaan kendala diubah menjadi persamaan dengan menambahkan peubah pembantu yang berfungsi sebagai kegiatan buangan.

$$a_{11} X_1 + a_{12} X_2 + \dots + a_{1n} X_n + 1 \cdot X_{(n+1)} = a_1$$

$$a_{21} X_1 + a_{22} X_2 + \dots + a_{2n} X_n + 1 \cdot X_{(n+2)} = a_2$$

⋮

$$a_{m1} X_1 + a_{m2} X_2 + \dots + a_{mn} X_n + 1 \cdot X_{(n+m)} = a_m$$

X_1, X_2, \dots, X_n disebut kegiatan “nyata”

$X_{n+1}, X_{n+2}, \dots, X_{n+m}$ disebut kegiatan “**buangan**”

SOAL LATIHAN METODE SIMPLEX:

Soal No 1:

Seorang petani memiliki tanah 1,8 Ha dan cadangan air 6 liter/detik. Tanah tersebut dapat ditanami padi, kacang dan jagung. Untuk menghasilkan keuntungan masing-masing Rp. 1,- per satuan produksi, diperlukan kombinasi air dan tanah seperti tercantum dalam **Tabel 12.1** Kegiatan Tanaman.

Secara matematis persoalan tersebut dapat dinyatakan dengan ketidaksamaan syarat batas dan persamaan keuntungan sebagai berikut :

Tabel 12.1

Sumberdaya	Kegiatan Tanaman			
	Padi	Jagung	Kacang	Kapasitas
Air	0,5	0,6	0,7	6 l/dt
Tanah	0,2	0,15	0,1	1,8 Ha
Keuntungan per kesatuan produksi	Rp. 1,-	1,-	1,-	

Ketidaksamaan syarat batas (kendala)

$$0,5 P_1 + 0,6 P_2 + 0,7 P_3 \leq 6$$

$$0,2 P_1 + 0,15 P_2 + 0,1 P_3 \leq 1,8$$

Persamaan Keuntungan

$$Z \text{ maks} = P_1 + P_2 + P_3$$

Dengan memasukkan **peubah pembantu** (yaitu P_4 dan P_5), ketidaksamaan syarat batas menjadi :

$$0,5 P_1 + 0,6 P_2 + 0,7 P_3 + 1 P_4 = 6$$

$$0,2 P_1 + 0,15 P_2 + 0,1 P_3 + 1 P_5 = 1,8$$

Penyelesaian persoalan :

Tahap I (Iterasi I)

1. Buat matriks seperti terlihat pada **Tabel 12.2**.
2. Pada kolom A kegiatan yang mula-mula dipilih adalah kegiatan buangan

3. Lalu mengganti kegiatan buangan dengan kegiatan nyata, yang dipilih dengan melihat pada baris $Z - C$.
4. Angka **negatif terbesar** dari $Z - C$ menunjukkan kegiatan nyata terpilih.
5. Kegiatan buangan yang akan digantikan dipilih berdasarkan hasil perhitungan "R".

Dalam contoh di atas, kegiatan nyata yang terpilih menggantikan kegiatan buangan adalah P_1 . Pilihan kegiatan buangan yang akan diganti didasarkan pada angka banding terkecil dalam kolom R (contoh ini adalah 9)

$$R = \frac{B}{\text{Kegiatan nyata dalam kolom terpilih}}$$

Dari **Tabel 12.2.**, R terkecil adalah 9, berarti P_5 diganti P_1 . Langkah selanjutnya adalah membuat tabel tahap 2.

Tabel 12.2. Matriks Simplex Tahap I (Iterasi 1)

		C Keuntungan	1,-	1,-	1,-	0	0	
	Kegiatan terpilih	Persediaan atau kapasitas	Kegiatan Nyata			Kegiatan Buangan		Angka banding
			padi	jagung	kacang			
	A	B	P1	P2	P3	P4	P5	R
matriks dasar	$0=P4$	6	0,5	0,6	0,7	1	0	$6/0,5 = 12$
	$0=P5$	1,8	0,2	0,15	0,1	0	1	$1,8/0,2 = 9$ganti
	Z	0	0	0	0	0	0	
	$Z - C$	0	-1	-1	-1	0	0	

Catatan : mencari Z tabel 1.2. dengan menggunakan rumus $Z \text{ maks} = P_1 + P_2 + P_3$, sehingga hasilnya masih 0

Tahap II (Iterasi 2)

1. Pengisian elemen matriks dasar tahap 2 yaitu baris dari kegiatan P_1 sebagai pengganti P_5 dengan cara "penentuan angka (atau elemen) pivot"

kemudian, membagi angka-angka baris P_5 pada tabel tahap 1 (sebelumnya) dengan angka pivot yang terpilih.

2. Penentuan angka pivot, yaitu dengan membuat garis, pada matriks sebelumnya pada “variabel” yang “diganti” (P_5) dan yang “menggantikan” (P_1). Angka yang overlap antara P_1 dan P_5 (yaitu untuk kasus ini **0,2**) merupakan angka pivot.
3. Menentukan/mengisi angka-angka untuk baris P_1 yang baru, dengan menggunakan angka pivot tersebut, caranya angka-angka pada baris P_5 dibagi dengan angka pivot. Hasilnya sebagai berikut :

$P_1B = \frac{1,8}{0,2} = 9$	$P_1P_1 = \frac{0,2}{0,2} = 1$	$P_1P_2 = \frac{0,15}{0,2} = 0,75$
$P_1P_3 = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$	$P_1P_4 = \frac{0}{0,2} = 0$	$P_1P_5 = \frac{1}{0,2} = 5$

4. Mengisi Baris P_4 yang Baru.

Rumus umum penentuan nilai-nilai untuk baris ini adalah :

Nilai dari baris yang baru	=	Elemen dalam baris yang lama	-	Elemen interseksion dari baris yang lama	X	Elemen dari baris pengganti yang baru
----------------------------	---	------------------------------	---	--	---	---------------------------------------

Sedangkan untuk soal ini adalah :

Nilai dari baris P_4 yang baru	=	Elemen dalam baris P_4 yang lama	-	Elemen interseksion $P_4 P_1$ dari baris yang lama (karena yg akan menggantikan P_5 adalah P_1)	X	Elemen dari baris pengganti P_5 yang baru (yaitu P_1)
----------------------------------	---	------------------------------------	---	--	---	--

Tabel perhitungan

Nilai dari baris P_4 yang baru	Elemen dalam baris P_4 yang lama	Elemen interseksion $P_4 P_1$ dari baris yang lama (karena yg akan menggantikan P_5 adalah P_1)	Elemen dari baris pengganti P_5 yang baru (yaitu P_1)	Hasilnya
P_4B	6	0,5	9	1,5
P_4P_1	0,5	0,5	1	0
P_4P_2	0,6	0,5	0,75	0,225
P_4P_3	0,7	0,5	0,5	0,45
P_4P_4	1	0,5	0	0
P_4P_5	0	0,5	0,5	-0,25

Berikut hasil perhitungannya

$$P_4B = 6 - (0,5 \times 9) = 1,5$$

$$P_4P_1 = 0,5 - (0,5 \times 1) = 0$$

$$P_4P_2 = 0,6 - (0,5 \times 0,75) = 0,225$$

$$P_4P_3 = 0,7 - (0,5 \times 0,5) = 0,45$$

$$P_4P_4 = 1 - (0,5 \times 0) = 1$$

$$P_4P_5 = 0 - (0,5 \times 0,5) = -0,25$$

Untuk mengisi baris P_4 yang baru juga dapat dilakukan dengan operasi matriks sebagai berikut :

- Mencari P_4B

$P_4B = B - P_1$ baris yang baru x P_1 kolom yang lama karena menggantikan P_5

$$P_4B = \begin{bmatrix} 6 \\ 1,8 \end{bmatrix} - 9 \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

artinya :

$$P_4B \text{ yang baru} = \begin{bmatrix} 1,5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Gunakan nilai 1,5 yaitu nilai P_4 terhadap B , sedang angka 0 adalah B terhadap B , tidak digunakan.

- Mencari $P_4 P_1$

$P_4P_1 = P_1 - P_1$ baris yang baru x P_1 kolom yang lama karena menggantikan P_5

$$P_4P_1 = \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix} - 1 \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Mencari $P_4 P_2$

$P_4P_2 = P_2 - P_1$ baris yang baru x P_1 kolom yang lama karena menggantikan P_5

$$P_4P_2 = \begin{bmatrix} 0,6 \\ 0,15 \end{bmatrix} - 0,75 \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,225 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Gunakan nilai 0,225 yaitu nilai P_4 terhadap P_2 , sedang angka 0 adalah B terhadap B, tidak digunakan.

$\begin{bmatrix} 0,225 \\ 0 \end{bmatrix}$ 0,225 adalah P_4 terhadap P_2 ...gunakan angka ini untuk mengisi, sedang angka 0 adalah P_2 tidak digunakan

- Mencari $P_4 P_3$

$$P_4P_3 = \begin{bmatrix} 0,7 \\ 0,1 \end{bmatrix} - 0,5 \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,45 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Mencari $P_4 P_4$

$$P_4P_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 0 \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- Mencari $P_4 P_5$

$$P_4P_5 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 5 \begin{bmatrix} 0,5 \\ 0,2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

5. Mengisi Kolom Z yang Baru, digunakan baris P_1 x 1 (ini adalah keuntungan dari P_1)
6. Menghitung nilai $Z - C$
7. Hasil perhitungan tersebut dapat dilihat pada **Tabel 12.3.** berikut ini

Tabel 12.3. Matriks Simplex Tahap II (Iterasi 2)

	C Keuntungan		1,-	1,-	1,-	0	0	
	Kegiatan terpilih	Persediaan atau kapasitas	Kegiatan Nyata			Kegiatan Buangan		Angka banding
			padi	jagung	kacang			
	A	B	P1	P2	P3	P4	P5	R
matriks dasar	0 : P ₄	6	0,5	0,6	0,7	1	0	6/0,5 = 12
	0 : P ₅	1,8	0,2	0,15	0,1	0	1	1,8/0,2 = 9ganti
	Z	0	0	0	0	0	0	
	Z - C	0	-1	-1	-1	0	0	
Iterasi Ke 2	0 : P ₄	1,5	0	0,225	0,45	1	-2,5	1,5/0,225 = 6,67....ganti
	1,- : P ₁	9	1	0,75	0,5	0	5	9/0,75 = 12
	Z	9	1	0,75	0,5	0	5	
	Z - C	0	-1	-0,25	-0,5	0	-1	

Catatan :

- 1) mencari Z dengan menggunakan Tabel 12.3. Gunakan rumus Z maks = P₁ + P₂ + P₃, karena yang ada baru P₁, sedang P₂ dan P₃ nilainya masih 0, maka hasilnya sama dengan P₁
- 2) Bagaimana bila keuntungan mempunyai nilai Rp. 2,-? ...ya 2. P₁ = 2.1 = 2

DAFTAR PUSTAKA

1. Gaspersz, Vincent, "Analisis Kuantitatif untuk Perencanaan", Edisi Pertama, Tarsito, Bandung, 1990.
2. Oppenheim, "Applied Models in Urban and Regional Analysis", First Edition, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980, ISBN No. 0-13-041467-0
3. Warpani, Suwardjoko, "Analisis Kota dan Daerah", Edisi ketiga, Penerbit ITB, Bandung, 1984, ISBN No. 979-8591-49-6